

HIGIDURA ERREPASOKO ARIKETEN EBAZPENAK

1.-Hegazkin bat 300 m/s-ko abiaduraz doa 2000m-ko altueran eta bonba bat uzten du erortzen. Bilatu:

- Zer higidura mota darama higitaria? Azaldu
- Bonbak lurrera iristean behar duen denbora.
- Bonba abiatu den puntutik etxe bat, 8000m-tara dago horizontalki neurtuta; bonbak etxea puskatuko du?
- Zer abiadurarekin iritsiko da bonba lurzorura?.

a) Higitaria inputso batekin bota den higidura paraboliko horizontala deskribatuko du. Bi higiduren konposizioa da, x ardatzean HZU eta kasu honetan hasierako abiadura horizontala V_{0x} konstante mantentzen da higidura osan.
 Y ardatzean, hasieran V_{0y} osagarria ez dago, baina pisuarengatik abiaduraren modulua zero eta handiagoa da, baina negatiboa umintzen ari delako ES-rantz, beraz HZUA-rekin mugituko da, non azelerazio konstantea $g = -9.8 \text{ m/s}^2$ den.

$V_{0x} = 300 \text{ m/s}$ } Paraboliko horizontala
 $V_{0y} = 0$
 $Y_0 = 2000 \text{ m}$

Jaurtiketa paraboliko horizontala
 X: HZU $v = kta \Rightarrow V_0 = V_{0x} \Rightarrow x = x_0 + v_{0x} t$
 Y: HZUA $a = kta = g$ } $v_y = v_{0y} - g t$
 $y = y_0 + v_{0y} t - 4.9 t^2$

b) Lurrera iristean $y = 0 \text{ m}$ Baldintza konektin tardatu duen denbora kalkulatuko dugu.
 HZUA: $y = y_0 + v_{0y} t - 4.9 t^2 \Rightarrow 0 = 2000 - 4.9 t^2 \Rightarrow t = \sqrt{2000/4.9} = 20.205$ Tardatu duen denbora hasi denetik lurzorura iritsi arte

• Lurrera iritsi arte 20.205 tardatu du.

c) Irismena $\rightarrow t = 20.205$
 HZU $\Rightarrow x = x_0 + v_{0x} t \Rightarrow x = 300 \cdot 20.20 = 6060 \text{ m}$

• Egindako distantzia horizontala lurra iritsi arte \rightarrow IRISMENA: distantzia horizontal maximoa.
 • Etxea 8000m-ra dagoenez, bonba ez da iritsiko.

d) $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$
 HZU \downarrow } $v_x = v_{0x} = kta = 300 \text{ m/s}$
 HZUA: $v_y = v_{0y} - g t = -9.8 \cdot 20.20 = -197.96 \text{ m/s}$
 jaisten ari delako Y ardatzean.

$\vec{v} = 300 \vec{i} - 197.96 \vec{j} \text{ (m/s)} \Rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{300^2 + 197.96^2} \approx 359.43 \text{ m/s}$
 $\theta = \arctg \frac{v_y}{v_x} = \frac{-197.96}{300} \approx 33.42^\circ$
 • Abiaduraren balioa lurra iristean, abiaduraren modulua da.
 • Abiadura bektoreak osatzen duen angelua (Norabidea)

b)

HIGIDURA ERREPASOKO ARIKETEN EBAZPENAK

2.- Gorputz bat 200m-ko altuera batetik jaurtitzen da 150 m/s-ko abiaduraz eta horizontalarekin 30° osatuz. Airearen erresistentzia kontutan hartu gabe, bilatu:

- Zer higidura mota daroma higikariak?. Azaldu
- Lurrera iristean behar duen denbora.
- Horizontalean egin duen distantzia lurra jotzen duen arte.
- Lortzen duen altuera maximoa.

$$y_0 = 200\text{m}$$

$$v_0 = 150\text{m/s}$$

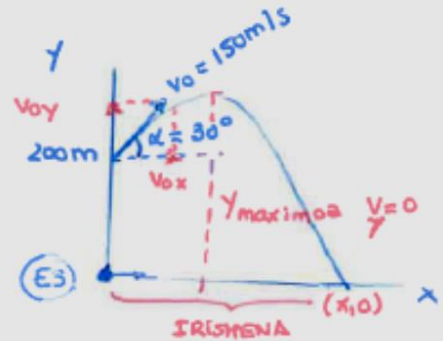
$$\alpha = 30^\circ$$

$$x_0 = 0\text{m}$$

Hasierako abiaduraren osagaiak

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha = 150 \cdot \cos 30 = 129.9 \text{ m/s.}$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha = 150 \sin 30 = 75 \text{ m/s.}$$



a) Higidura mota

Jaurtiketa paraboliko oblikua v_0 angelu bat osatzen duelako horizontalarekiko.

X: H2U $v = k \cdot t = v_{0x}$] Bi higiduren konposizioa da. X ardatzean H2U, beraz abiaduraren hasierako x ardatzeko osagai konstantea mantentzen da higidura osoan. Y ardatzean H2UA, pisuarengatik jotzean abiadura gero eta txikiagoa da (modu laa), eta altuera maximoan 0 izango da, hemendik zurrera abiaduraren moduloa gero eta handiagoa da, baina negatiboa ES-rantz hurbiltzer delako.

b) Lurra iristean denbora

• Lurra iristean $y = 0\text{m} \rightarrow$ H2UA: $y = y_0 + v_{0y}t - 4.9t^2 \Rightarrow 0 = 200 + 75t - 4.9t^2$

$$4.9t^2 - 75t - 200 = 0 \Rightarrow t = \frac{75 \pm \sqrt{75^2 + 4 \cdot 4.9 \cdot 200}}{2 \cdot 4.9} = \frac{75 \pm 97.70}{9.8} \quad \left\{ \begin{array}{l} t_1 = 17.62 \\ t_2 = - \end{array} \right.$$

• Atera denetik lurra iritsi arte 17,62s tardatu du.

c) Irismena. \rightarrow Distantzia horizontal maximoa da \rightarrow H2U: $x = x_0 + v_{0x}t$

$$\boxed{x} = 129.9 \cdot 17.62 = \boxed{2289.14\text{m}}$$

d) Altuera maximoa $\rightarrow v_y = 0 \rightarrow$ baldintza honekin tardatu duen denbora horaino iristeko kalkulatuko dugu.

H2UA: $v_y = v_{0y} - 9.8t \Rightarrow 0 = 75 - 9.8t \Rightarrow \boxed{t} = 75/9.8 = \boxed{7.65\text{s}}$ Tardatu duen denbora altuera maximoa iristeko.

$$\boxed{y_{\max}} = y_0 + v_{0y}t - 4.9t^2 = 200 + 75 \cdot 7.65 - 4.9 \cdot 7.65^2 = 486.99\text{m} \approx \boxed{487\text{m}}$$

lortuko duen altuera maximoa 487m da.


HIGIDURA ERREPASOKO ARIKETEN EBAZPENAK

- 3.-Zaldiko-maldiko batek 6 bira/min-an biratzen ari da. Erradioa 3 m-koa bada, kalkulatu:
- Kobratzailearen abiadura lineal eta angeluarra periferiako puntu batean badago.
 - Zentrotik 2 m-tara dagoen ume baten abiadura lineala eta angeluarra.
 - Bi segundotan egingo duten angelua.
 - Zaldiko-maldikoaren azelerazioaren bektorea kalkulatu eta marraztu, aukeratutako puntu batean.

Er. $0,63 \text{ rad/s} // 1,9 \text{ m/s} // 0,63 \text{ rad/s} // 1,26 \text{ m/s} // 1,26 \text{ rad} ; \vec{a} = 1,2 \vec{u}_N$

$$\omega = 6 \frac{\text{bira}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ bira}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 0,2 \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \frac{\pi}{5} \text{ rad/s} = 0,63 \text{ rad/s}$$

$R = 3 \text{ m}$

a)  $R = 3 \text{ m}$ (kobratzailean) $\rightarrow V = \omega \cdot R = 0,63 \text{ rad/s} \cdot 3 \text{ m} = 1,9 \text{ m/s}$
 $\omega = 0,63 \text{ rad/s}$

b) $R = 2 \text{ m}$ $V?$ $\rightarrow V = \omega \cdot R = 0,63 \text{ rad/s} \cdot 2 \text{ m} = 1,26 \text{ m/s}$
 $\omega?$ \rightarrow HZRU denez abiadura angeluarra konstantea da.
 Biraketa ardatza berdina dutelako $\rightarrow \omega = 0,63 \text{ rad/s}$

c) $\theta(2\text{s})?$
 $\theta = \theta_0 + \omega(t - t_0) \rightarrow$ HZRU
 $\theta = 0,63 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} = 1,26 \text{ rad}$

Segundo bakoitzean 0,63 rad-eko angelua deskribatzen du

Segundo bakoitzean 1,26 m-ko arkua deskribatu du.

Biratutako angelua 2s-tan 1,26 rad. da.

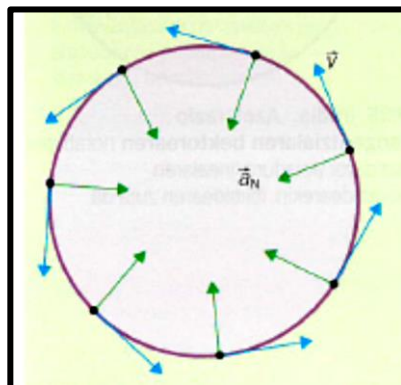
- d) HZRU denez abiadura linealaren modulua konstantea denez azelerazio tangenziala o izango da. Abiaduraren norabidea puntu batetik beste batera aldatzen denez azelerazio normala sortuko da.

$$\vec{a}(t) = \mathbf{a}_t(t) \vec{u}_t + \mathbf{a}_n(t) \vec{u}_n$$

$$|\vec{a}_t| = \frac{d|\vec{v}(t)|}{dt} = 0 \text{ (gogoratu, konstante baten deribatua 0 dela)}$$

$$|\vec{a}_N| = \frac{v^2}{R} = \frac{1,9^2}{3} = 1,2 \text{ m/s}^2$$

$$\vec{a} = 1,2 \vec{u}_N$$



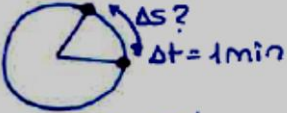
HIGIDURA ERREPASOKO ARIKETEN EBAZPENAK

4.-Noria bat higitzen ari da $0,125 \text{ rad/s}$ -ko abiadura angeluar konstantearekin, bere diametroa 40m -koa bada, eskatzen da:

- Ertzeko puntu baten egindako distantzia 1 minututan.
- Noriak egindako bira kopurua denbora horretan.
- Higiduraren periodoa.
- Higiduraren maiztasuna.

(150m ; $1,19 \text{ bira}$; $50,27\text{s}$; $0,02\text{Hz}$)

$\omega = 0,125 \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \text{kto} \Rightarrow \text{HzRU} \Rightarrow \theta = \theta_0 + \omega t$
 $d = 40\text{m} \rightarrow R = \frac{40}{2} = 20\text{m}$

a) 
 $\Delta s?$
 $\Delta t = 1\text{min}$
 $\text{HzU} \Rightarrow v = \Delta s / \Delta t$

- $v = \omega \cdot R = 0,125 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 20\text{m} = 2,5 \text{ m/s}$
- $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow |\Delta s| = v \cdot \Delta t = 2,5 \text{ m/s} \cdot 60\text{s} = 150\text{m}$
 $\hookrightarrow 1\text{min} = 60\text{s}$

Egindako distantzia edo arkua 150m -koa izan da

b) $t = 1\text{min} = 60\text{s} \rightarrow \text{bira?}$
 $\theta = \theta_0 + \omega t = 0,125 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 60\text{s} = 7,5 \text{ rad} \cdot \frac{1\text{bira}}{2\pi \text{ rad}} = 1,19 \text{ bira}$

c) T bira bat egitean jentzat denbora tardatzen duen.
 $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0,125} = 50,27\text{s}$

d) f maiztasuna \rightarrow emandako birak segundu batean
 $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{50,27} = 0,02 \text{ s}^{-1} = 0,02 \text{ Hz}$

HIGIDURA ERREPASOKO ARIKETEN EBAZPENAK

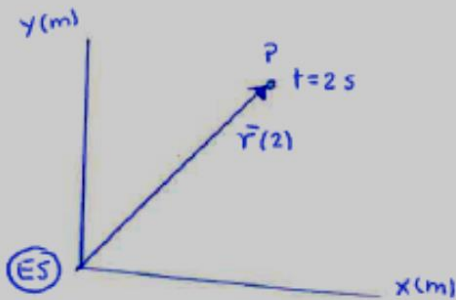
5.- Gorputz baten higiduraren ekuazioa: $\vec{r}(t) = 3(t-2)\vec{i} + t^2\vec{j}$ (m). Kalkulatu:

- Gorputzaren jatorrirainoko distantzia $t=2$ s aldiunean.
- Bataz besteko abiadura 5s eta 10 segundoen arteko aldiunetan.
- 3s-an duen abiadura.

(Em: 4m; 15,3 m/s; 6,7m/s)

$$\vec{r}(t) = 3(t-2)\vec{i} + t^2\vec{j} \text{ (m)}$$

a)



- Puntuaren jatorrirainoko distantziak bat egiten du posizio bektorearen modulorekin. Ardatz kartesianak erreferentzia bezala hartuta.

$$\vec{r}(2) = 3(2-2)\vec{i} + 2^2\vec{j} = 4\vec{j} \text{ (m)}$$

$$|\vec{r}(2)| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4^2} = 4\text{m}$$

Jatorrirainoko distantzia.

$$b) \vec{v}_{m\ 5-10} = \frac{\Delta\vec{r}_{5-10}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_{10} - \vec{r}_5}{10-5} = \frac{(24\vec{i} + 100\vec{j}) - (9\vec{i} + 25\vec{j})}{5} = \frac{15\vec{i} + 75\vec{j}}{5} = 3\vec{i} + 15\vec{j} \text{ m/s}$$

$$\bullet \vec{r}_5 = 3(5-2)\vec{i} + 5^2\vec{j} = 9\vec{i} + 25\vec{j} \text{ m}$$

$$\bullet \vec{r}_{10} = 3(10-2)\vec{i} + 10^2\vec{j} = 24\vec{i} + 100\vec{j} \text{ m}$$

- Bataz besteko abiaduraren modula:

$$|\vec{v}_m| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{3^2 + 15^2} = 15,3 \text{ m/s}$$

Higikariaren bataz besteko abiadura 5s-10s denbora tartean.

$$\vec{v}_m = 3\vec{i} + 15\vec{j}$$

\downarrow \downarrow
 v_x v_y

- c) $t=3$ s $v?$ → aldiuneko abiadura kalkulatu behar dugu eta horretarako egin behar dugu posizio bektorearen deribatua denborearekiko, aldiuneko abiaduraren bektorea berriz.

$$\vec{r}(t) = 3(t-2)\vec{i} + t^2\vec{j} = (3t-6)\vec{i} + t^2\vec{j}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = 3\vec{i} + 2t\vec{j} \xrightarrow{t=3\text{s}} \vec{v}(3) = 3\vec{i} + 2 \cdot 3\vec{j} = 3\vec{i} + 6\vec{j} \text{ m/s} \rightarrow \text{Bektorea.}$$

\downarrow \downarrow
 v_x v_y

$$|\vec{v}(3)| = \sqrt{3^2 + 6^2} = 6,7 \text{ m/s}$$

\uparrow \uparrow
 Moduloa. v_x v_y

Higikariaren abiadura 3. segunduan.