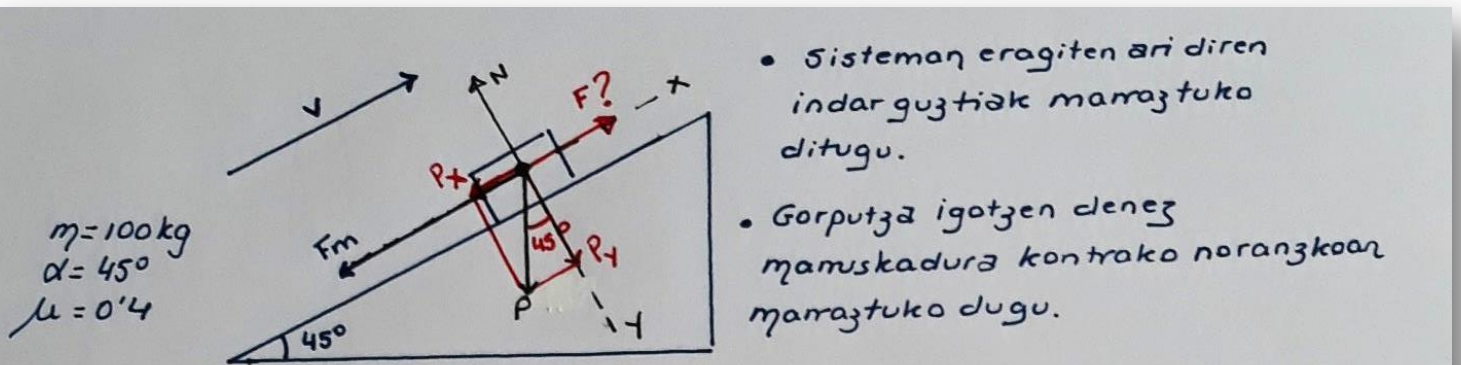


DINAMIKA, LANA ETA ENERGIA: ERREPASOKO ARIKETEN EBAZPENAK (1-5)

1.-100kg-ko gorputz bat horizontalarekiko 45° -ko inklinazioa duen plano batean goragoarazi nahi da. Marruskadura koefiziente zinetikoa 0,4 izanik, kalkula itzazu:

- Marruskadura indarra
- Gorputza abiadura konstantez igo dadin, plano horrekiko norabide paraleloan aplikatu behar den indarra.
- 1050N-eko gorako indarra aplikatzen bazaio, plano horrekiko paraleloki, kalkulatu azelerazioa eta 5 segundotan egindako distantzia, hasieran gorputzaren abiadura 20m/s-koa izan dela jakinda.



a) F_m ? $F_m = \mu \cdot N = 0,4 \cdot 693 \text{ N} = \boxed{277,2 \text{ N}}$

$\hookrightarrow F_{Ty} = 0 \rightarrow N - P_y = 0 \rightarrow N = P_y = \boxed{693 \text{ N}}$

$\hookrightarrow P_y = P \cdot \cos \alpha = mg \cdot \cos \alpha = 100 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 45 = \boxed{693 \text{ N}}$

b) F ? $V = \text{akta igotzean}$
 Igotzeko abiadura konstantearekin, azelerazioa 0 m/s^2 -koa da.
 Newtonen 2. legea $F_{Tx} = m \cdot a = 0 \rightarrow$ Newtonen 1. legea, bihurtzen da.

$F_{Tx} = 0 \rightarrow F - P_x - F_m = 0 \rightarrow F = P_x + F_m$

$\bullet P_x = P \cdot \sin \alpha = mg \cdot \sin 45 = 100 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \cos 45 = \boxed{693 \text{ N}}$

$\bullet F_m = \mu \cdot N = \boxed{277,2 \text{ N}}$ lehen kalkulatu.

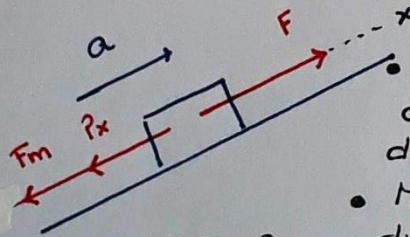
$\hookrightarrow F_{Ty} = 0 \rightarrow N = P_y$

$F = P_x + F_m = 693 \text{ N} + 277,2 \text{ N} = \boxed{970,2 \text{ N}}$ Abiadura konstantearekin igotzeko beharrezkoa den indarra.

c) $F = 1050 \text{ N}$

$a?$

$d_{5s}?$ $v_0 = 20 \text{ m/s}$.



- Hamuskadura mantentzen da berdin gainazala berdin delako eta gorputza ere bai.
- Hamuskadura ez dago abia-duraren menpe.

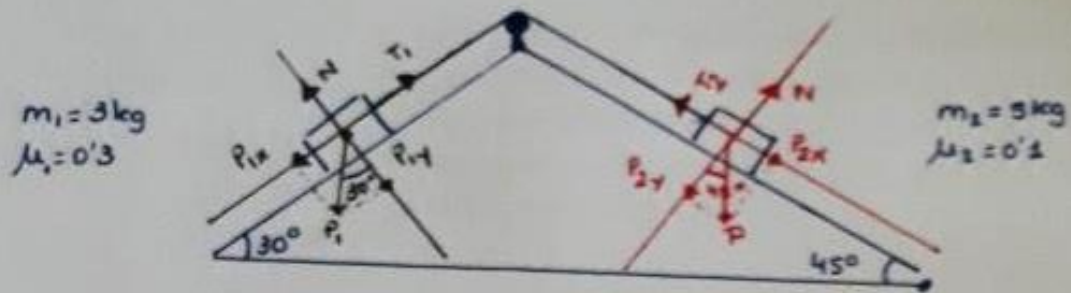
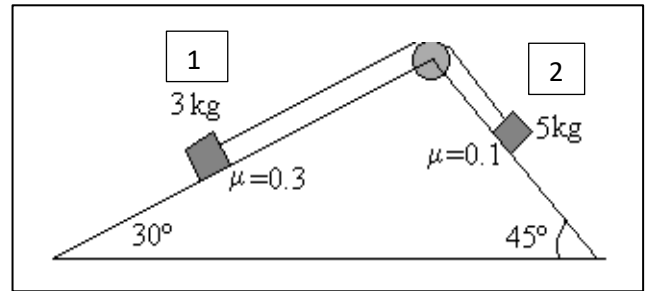
Newtonen 2. legea: $F_{Tx} = m \cdot a \rightarrow F - F_m - P_x = m \cdot a$

$a = \frac{F - F_m - P_x}{m} = \frac{1050 \text{ N} - 277.2 \text{ N} - 693 \text{ N}}{100 \text{ kg}} \approx 0.8 \text{ m/s}^2$ Indarrak eragiten duen azelerazioa.

H2UA deneg: $d = |x - x_0| = |v_0 t + \frac{1}{2} a t^2| = \frac{20 \text{ m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot 0.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (5 \text{ s})^2 = \boxed{110 \text{ m}}$ Plano inklinatutik higitan egin duen distantzia 5s-tan.

2.- Irudiaren sistema emanda, kalkulatu:

- Sistemaren azelerazioa. (Marraskia indar guztiak adieraztea ezin bestekoa da).
- Sokaren tentsioa.



1.- kalkulatu ko ditugu gorputz bakoitzaren indarren balioak.

1. GORPUTZA

$$P_1 = m_1 \cdot g = 3 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 29.4 \text{ N}$$

$$P_{1y} = P_1 \cdot \cos 30 = 29.4 \text{ N} \cdot \cos 30 = 25.46 \text{ N}$$

$$P_{1x} = P_1 \cdot \sin 30 = 29.4 \text{ N} \cdot \sin 30 = 14.7 \text{ N}$$

$$N_1 \Rightarrow F_{Ty} = 0 \Rightarrow N_1 - P_{1y} = 0 \Rightarrow N_1 = P_{1y} = 25.46 \text{ N}$$

2. GORPUTZA

$$P_2 = m_2 \cdot g = 5 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 49 \text{ N}$$

$$P_{2y} = P_2 \cdot \cos 45 \approx 34.65 \text{ N}$$

$$P_{2x} = P_2 \cdot \sin 45 \approx 34.65 \text{ N}$$

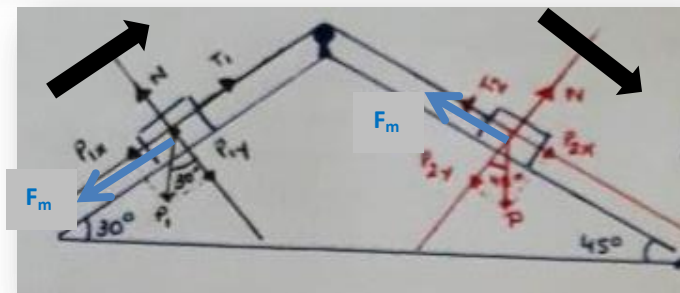
$$N_2 \Rightarrow F_{Ty} = 0 \Rightarrow N_2 - P_{2y} = 0 \Rightarrow N_2 = P_{2y} = 34.65 \text{ N}$$

2.- Azelerazioaren norantza jakiteko P_{1x} eta P_{2x} dira bi muturretatik tiratzen duten indarrak.

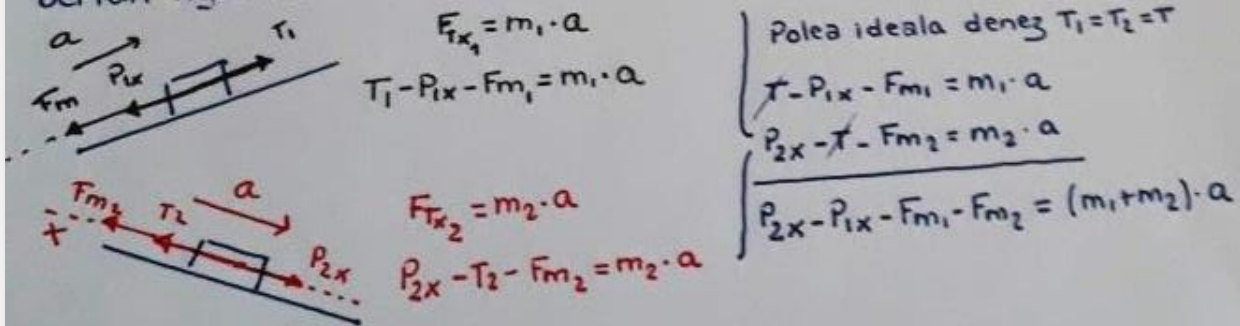
$$\left. \begin{array}{l} P_{1x} = 14.7 \text{ N} \\ P_{2x} = 34.65 \text{ N} \end{array} \right\} P_{2x} > P_{1x} \text{ beraz sistema eskuinerantz mugitzen da.}$$

3.- Jakinda sistemaren norantza, mamuskadura indarrok marraztuko ditugu eta kalkulatuko ditugu:

- $F_{m1} = \mu_1 \cdot N_1 = 0.3 \cdot 25.46 \text{ N} = 7.6 \text{ N}$
- $F_{m2} = \mu_2 \cdot N_2 = 0.1 \cdot 34.65 \text{ N} \cong 3.47 \text{ N}$



4.- Azelerazioa kalkulatzeko:
Newtonen 2. legea gorputz bakoitzari aplikatuko dugu, x ardatzean bertan higidura ematen delako. Azelerazioa berdina izango da, batera higitzen direlako.



$$F_{Tx1} = m_1 \cdot a$$

$$T_1 - P_{1x} - F_{m1} = m_1 \cdot a$$

$$F_{Tx2} = m_2 \cdot a$$

$$P_{2x} - T_2 - F_{m2} = m_2 \cdot a$$

Polea ideala denez $T_1 = T_2 = T$

$$\begin{cases} T - P_{1x} - F_{m1} = m_1 \cdot a \\ P_{2x} - T - F_{m2} = m_2 \cdot a \end{cases}$$

$$P_{2x} - P_{1x} - F_{m1} - F_{m2} = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$a = \frac{P_{2x} - P_{1x} - F_{m_1} - F_{m_2}}{m_1 + m_2} = \frac{34'65\text{N} - 14'7\text{N} - 7'6\text{N} - 3,47\text{N}}{3\text{kg} + 5\text{kg}} = \frac{8'88\text{N}}{8\text{kg}} \Rightarrow$$

$$a = 1'11\text{m/s}^2$$

Sistemak lortzen duen azelerazioa (Positiboa denez ondo egin dugu ariketa, negatiboa izango balitz azelerazioaren noranzkoa alderantzizkoa izango litzatekeela adieraziko luke.)

5. Tentsioaren kalkulua:

Soka ideala denez $T_1 = T_2 = T$, beraz, bi ekwazioak erabil ditzakegu tentsioa kalkulatzeko:

$$T_1 - P_{1x} - F_{m_1} = m_1 \cdot a$$

$$T_1 = (m_1 \cdot a) + P_{1x} + F_{m_1} = \left(3\text{kg} \cdot \frac{1'11\text{m}}{\text{s}^2} \right) + 14'7\text{N} + 7'6\text{N} \Rightarrow$$

$$T = 25,63\text{ N}$$

3'33N

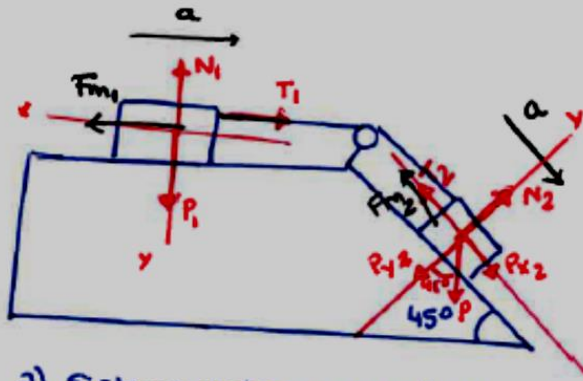
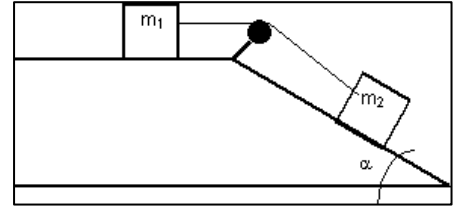
Sokak bi gorputzen gainean egiten duen tentsio-indarra, hau da, tentsioa.

DINAMIKA, LANA ETA ENERGIA: ERREPASOKO ARIKETEN EBAZPENAK (1-5)

3.- Hurrengo sisteman

Datuak: $m_1 = 3\text{kg}$; $\mu_1 = 0,2$; $m_2 = 4\text{kg}$; $\mu_2 = 0,1$; $\alpha = 45^\circ$

- Sistema orekan dago?. Azaldu
- Kalkula ezazu sistemaren azelerazioa eta sokaren tentsioa. (Emaitzak: a) ez, azelerazio batekin mugitzen delako, ez dago geldirik P_{2x} -rengatik). b) $2,72\text{m/s}^2$; $14,04\text{N}$)



$$m_1 = 3\text{kg} \quad \mu_1 = 0,2$$

$$m_2 = 4\text{kg} \quad \mu_2 = 0,1 \quad \alpha = 45^\circ$$

a) Sistema orekan egongo balitz ez litzateke mugituko. Hori konprobatzeko sistemaren muturreko indarrak aldaratuko ditugu:

Bakarrik P_{x2} dugunez sistema \rightarrow eskubirantz mugituko da, beraz ez dago orekan.

Behin jakinda norantz mugituko den, mamuskadura indarrak marraztuko ditugu (-)

b) Indarren kalkulua:

- $P_1 = m_1 \cdot g = 3\text{kg} \cdot 9,8\text{m/s}^2 = 29,4\text{N}$
- $F_{T1} = 0 \Rightarrow N_1 - P_1 = 0 \Rightarrow N_1 = P_1 = 29,4\text{N}$
- $F_{m1} = \mu_1 \cdot N_1 = 0,2 \cdot 29,4\text{N} = 5,88\text{N}$

- $P_2 = m_2 \cdot g = 4\text{kg} \cdot 9,8\text{m/s}^2 = 39,2\text{N}$
- $P_{x2} = P_2 \cdot \sin 45 = 39,2 \cdot \sin 45 \cong 27,72\text{N}$
- $P_{y2} = P_2 \cdot \cos 45 = 39,2 \cdot \cos 45 \cong 27,72\text{N}$
- $F_{T2} = 0 \Rightarrow N_2 - P_{y2} = 0 \Rightarrow N_2 = P_{y2} = 27,72\text{N}$
- $F_{m2} = \mu \cdot N_2 = 0,1 \cdot 27,72\text{N} = 2,77\text{N}$

- Azelerazioa berdina izango da bi gorputzetan, sistema, batera mugitzen delako. kalkulatzeko, Newtonen 2. legea gorputz bakaitzean aplikatuko dugu kontuan hartuta, polea ideala denez sokak egiten duen tentsioa bi gorputzetan berdina dela.

$$F_{Tx} = m \cdot a \quad \begin{cases} T - F_{m1} = m_1 \cdot a \\ P_{x2} - T - F_{m2} = m_2 \cdot a \end{cases} +$$

$$P_{x2} - F_{m1} - F_{m2} = (m_1 + m_2) a$$

$$a = \frac{P_{x2} - F_{m1} - F_{m2}}{m_1 + m_2} = \frac{27,72\text{N} - 5,88\text{N} - 2,77\text{N}}{3\text{kg} + 4\text{kg}} = 2,72\text{m/s}^2 \quad \text{Sistemaren azelerazioa.}$$

- Tentsioaren kalkulua edozein ekuaziotik, berdina delako:

$$T = m_1 \cdot a + F_{m1} = 3\text{kg} \cdot 2,72 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 5,88\text{N} = 14,05\text{N} \quad \text{Sokaren tentsioa}$$

4.-Pausagunetik 2Kg-ko higikari bat abiatu da eta 2 segundotan 4m/s-ko abiadura lortu du. Horretarako, beharrezkoa izan da desplazamenduarekin 30° -ko angelua osatzen duen 20 N-eko indar bat aplikatzea. Marruskadura koefizientea 0,2 bada:

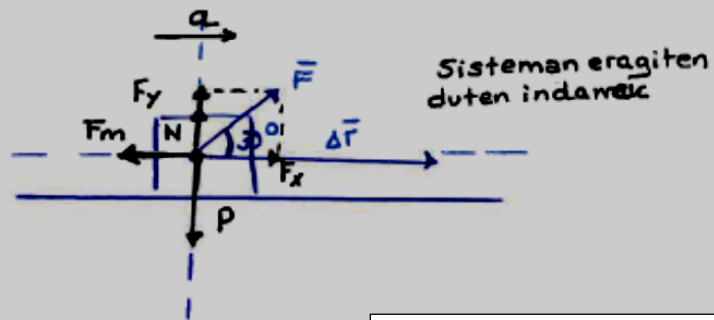
- Marraztu sistema honen indar guztiak eta bakoitzari dagokion lana kalkulatu.
- Indar guztiek eginiko lana eta lan totala kalkulatu.
- Kalkulatu eta marraztu indar erresultantea eta honi dagokion lana kalkulatu.

a) W_F beti \rightarrow Ez da egiaz W bakarik egingo da, egindako indararen ondorioz garputza desplazatzen bada.

$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha$$

\rightarrow desplazamenduaren menpe dago lana.

- b) $V_0 = 0$
 $m = 2 \text{ kg}$
 $V = 4 \text{ m/s} \quad \Delta t = 2 \text{ s}$
 $\mu = 0,2$
 $F = 20 \text{ N}$
 $\alpha = 30^\circ$



Indarren lana

- $W_F = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = 20 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ = 69,28 \text{ J}$
 $\rightarrow \Delta x = \Delta r = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (2)^2 = 4 \text{ m}$
 $\rightarrow a = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{4 - 0}{2} = 2 \text{ m/s}^2$

- $W_P = P \cdot \Delta r \cdot \cos 90^\circ = 0$
- $W_N = N \cdot \Delta r \cdot \cos 90^\circ = 0$ \rightarrow bi kasuetan angelua 90°

- $W_{F_m} = F_m \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = \frac{0,2 \cdot 9,6}{1,92} \cdot 4 \cdot \cos 180^\circ = -7,68 \text{ J}$
 $\rightarrow F_m = \mu \cdot N = 0,2 \cdot 9,6 \text{ N} = 1,92 \text{ N}$

$$F_{Ty} = 0 \rightarrow N + F_y - P = 0 \Rightarrow N = P - F_y = 2 \cdot 9,8 - 20 \cdot \sin 30^\circ = 9,6 \text{ N}$$

LAN TOTALA

$$W_T = W_F + W_P + W_N + W_{F_m} = 69,28 \text{ J} - 7,68 \text{ J} = 61,6 \text{ J}$$

\rightarrow Indar guztien lanen batura = lan totala.

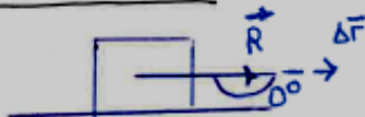
INDARRREN ERRESULTANTEA

$$R = F_T = F_x - F_m = 17,32 \text{ N} - 1,92 \text{ N} = 15,4 \text{ N} \rightarrow \boxed{R = +15,4 \text{ N}}$$

$\rightarrow F_m = 1,92 \text{ N}$
 $\rightarrow F_x = F \cdot \cos 30^\circ = 20 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ = 17,32 \text{ N}$

Indarren erresultantea

ERRESULTANTEAREN LANA

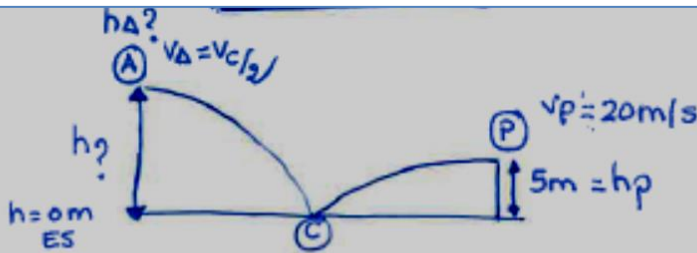
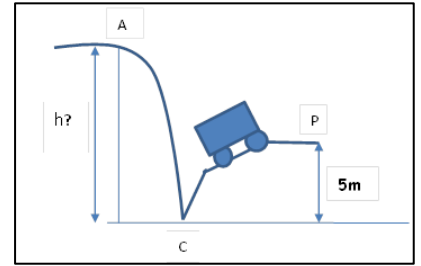


$$W_R = R \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha = 15,4 \cdot 4 \cdot \cos 0^\circ = 61,6 \text{ J}$$

Erresultantearen lana.

Indarren lana kalkulatzeko, egindako desplazamendua behar dugu.
 Kalkulatzeko, higikaria HZUA-rekin mugitzen dela kontuan hartu behar dugu.

5.- Irudiko gurditxoa marruskadurarik gabe mugitzen da. P puntutik pasatzean 20m/s -koa da bere abiadura. Kalkula ezazu, zein izango den bere altuera A puntuan kontuan hartuta bertako abiadura C puntuaren erdia dela. Gurditxoaren masa 2Kg-koa da.



• $F_m = 0 \rightarrow$ Energia mekanikoa kontserbatzen da:

$\rightarrow v_A$ kalkulatzeko behar dugu $v_C \rightarrow v_A = v_C/2$

$$E_{mC} = E_{mP} \Rightarrow \underbrace{mgh_C}_{E_{pC}} + \underbrace{\frac{1}{2}mv_C^2}_{E_{zC}} = \underbrace{m \cdot g \cdot h_P}_{E_{pP}} + \underbrace{\frac{1}{2}mv_P^2}_{E_{zP}}$$

$$v_C^2 = \frac{2(mgh_P + \frac{1}{2}mv_P^2)}{m} = \frac{2m(g h_P + \frac{1}{2}v_P^2)}{m} = 2gh_P + v_P^2$$

$$v_C = \sqrt{2gh_P + v_P^2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,8 \cdot 5}{98} + 20^2} = 22,3 \text{ m/s}$$

$\rightarrow v_A = \frac{v_C}{2} = \frac{22,3}{2} = 11,16 \text{ m/s}$ eta energia mekanikoa kontserbatzen da:

• $E_{mA} = E_{mC} \Rightarrow E_{zA} + E_{pA} = E_{zC} + E_{pC}$

$$E_{pA} = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_A^2)$$

$$m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_A^2) \Rightarrow \boxed{h_A} = \frac{v_C^2 - v_A^2}{2 \cdot g} = \frac{22,3^2 - 11,16^2}{2 \cdot 9,8} = \boxed{19 \text{ m}}$$

h_A kalkulatzeko erlazioatu behar dugu A, P puntuarekin hemen v eta h ezagunak direlako eta horrela E_{mP} ezaguna izango da, eta ondorioz puntu guztietan balio berdina izango du. Baina v_A erlazioatu behar dugunez v_C -rekin, lehendabizi v_C kalkulatu behar dugu C eta P puntuetan E_m kontserbazioa aplikatuz.

Ikusten denez masa sinplifikatzen da, buruketak egitean, beraz, emaitzak berdinak izango dira edozein masarekin.