

# NEWTONEN LEGEEN APLIKAZIOAK. - ARIKETEN EBAZPENAK (1-11)

1.- Gorputz bat abiadura konstantez jaisten ari da horizontalarekiko  $31^\circ$ -ko inklinazioa duen gainazal inklinatuan behera. Kalkulatu marruskadura-koefiziente zinetikoa.

$V = kta \rightarrow a = 0$  H<sub>2</sub>U  $\rightarrow R = F_T = 0N$

• 2. Newtonen legea (juntsezko legea) erabiliko dugu:  $F_{Tx} = m \cdot a$

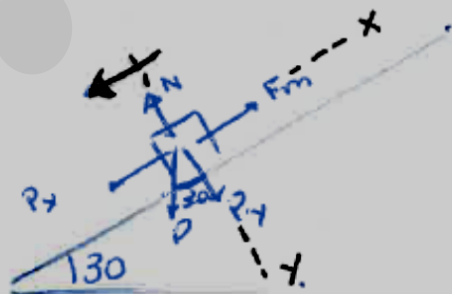
$$P_x - F_r = m \cdot a \Rightarrow P_x - \mu \cdot N = m \cdot a \Rightarrow P_x = \mu \cdot N$$

$\mu = \frac{m \cdot g \cdot \sin 31}{m \cdot g \cdot \cos 31} = 0,6$   $\rightarrow$  Harus kalkularen koefizientea.

$P_x = m \cdot g \cdot \sin 31$   
 $P_y = m \cdot g \cdot \cos 31 = N$  } Pisuaren osagaiak.

2.- Gorputz bat horizontalarekiko  $30^\circ$ -ko inklinazioa duen planoaren behera erortzen utzi da. Kalkula ezazu gorputzaren azelerazioa:

a) Marruskadurarik gabe.  
 b) Marruskadurarekin  $\mu = 0,5$  izanik



• x ardatzean Newtonen 2. legea aplikatuko dugu:  
 $F_{Tx} = m \cdot a$

a)  $\mu = 0 \Rightarrow$  marruskadurarik gabe

b)  $\mu = 0,5 \Rightarrow$  Marruskadura badago

$$P_x - F_m = m \cdot a$$

$$P_x - F_m = m \cdot a$$

$$m \cdot g \cdot \sin 30 = m \cdot a$$

$$m \cdot g \cdot \sin 30 - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos 30 = m \cdot a$$

$$a = \frac{m \cdot g \cdot \sin 30}{m} = 4,9 \text{ m/s}^2$$

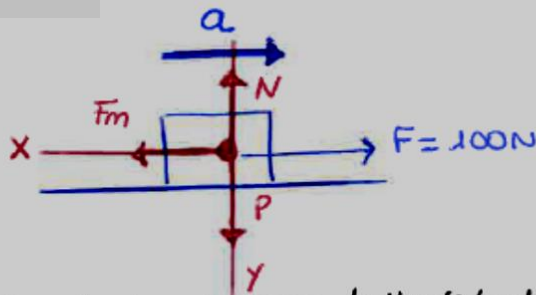
$$m (g \sin 30 - \mu g \cos 30) = m \cdot a$$

$$a = g \sin 30 - \mu \cdot g \cos 30 = 0,66 \text{ m/s}^2$$

• Ikusten denez marruskadurarekin azelerazioa txikiagoa da marruskadura frenatze indar bat delako.

3.- Gainazal horizontal batean dagoen 20Kg-ko gorputz bati 100N-eko indar horizontala aplikatu zaio. Marruskadura koefiziente zinetikoa 0,25 izanik, kalkula ezazu:

- Marruskadura indarra.
- Gorputzaren azelerazioa.
- 3s pasa ondoren izan duen abiadura, hasierakoa 10m/s-koa izan dela jakinik.



$\mu = 0,25 \rightarrow$  Marruskadura dago ( $F_m$ )  
 $m = 20\text{kg}$

a) Marruskadura indarra kalkulatzeko:  $F_m = \mu \cdot N$

•  $\mu$  marruskadura koefizientea  $\rightarrow$  datoa  $\mu = 0,25$

• N indar normala: Newtonen 1. legea  $F_{Ty} = 0\text{N}$  (higikaria ez delako desplazatzen y ardatzetik  $a_y = 0$ )

$$\vec{F}_{Ty} = 0\text{N} \rightarrow N - P = 0 \rightarrow \boxed{N = P = m \cdot g = 20\text{kg} \cdot 9,8\text{m/s}^2 = 196\text{N}}$$

$$\boxed{F_m} = \mu \cdot N = 0,25 \cdot 196\text{N} = \boxed{49\text{N}}$$

• Lurzorak gorputzari egiten dion frenatze indarra.

• gainazalok gorputzari egiten dion gorako indarra.

b) Azelerazioa kalkulatzeko Newtonen 2. legea x ardatzean planteatu ko dugu bertatik higadura ematen delako.

$$\vec{F}_{Tx} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow F - F_m = m \cdot a$$

$$\boxed{a} = \frac{F - F_m}{m} = \frac{100\text{N} - 49\text{N}}{20\text{kg}} = \boxed{2,55\text{m/s}^2}$$

gorputzak lortuko duen azelerazioa 100N-eko indarra aplikatzean.

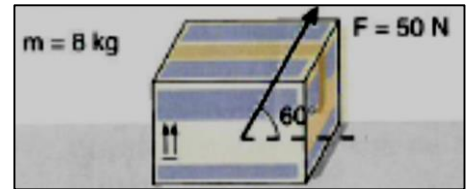
c)  $\Delta t = 3\text{s}$   
 $v_0 = 10\text{m/s}$   
 $v?$

$\Delta$ biadura kalkulatzeko denbora farte batean, kontuan hartuko dugu higikaria HZUA-z higitzen ari dela:

$$\boxed{V} = v_0 + a \cdot (t - t_0) = v_0 + a \cdot \Delta t = 10\text{m/s} + 2,55\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3\text{s} = \boxed{17,5\text{m/s}}$$

• Higikariak 17,5m/s-ko abiadura lortuko da 3 segundotan hasieran, 10m/s-ko abiadura juela kontuan hartuta.

4.- Horizontalarekin  $60^\circ$  angelua osatzen duen 50N-eko indarra aplikatu zaio 8kg-ko masa duen gorputz bati: Kalkulatu gorputzaren azelerazioa, plano horizontal batean 0,1 marruskadura-koefizientea zinetikoaz higitzen dela jakinik.



$\alpha = 60^\circ$   
 $F = 50\text{ N}$   
 $m = 8\text{ kg}$   
 $\mu = 0,1$   
 $a?$  Newtonen 2. legea aplikatuta sistemari x ardatzean.

$F_x = m \cdot a$   
 $F_x - F_m = m \cdot a$   
 $a = \frac{F_x - F_m}{m} = \frac{25\text{ N} - 3,51\text{ N}}{8\text{ kg}} = \boxed{2,7\text{ m/s}^2}$

• Indarren kalkulua  
 $F_x = F \cdot \cos 60 = 50 \cdot \cos 60 = 25\text{ N}$   
 $F_y = F \cdot \sin 60 = 50 \cdot \sin 60 = 43,3\text{ N}$   
 $P = m \cdot g = 8 \cdot 9,8 = 78,4\text{ N}$   
 $N + F_y - P = 0 \Rightarrow N = P - F_y = 35,1\text{ N}$   
 $F_m = \mu \cdot N = 0,1 \cdot 35,1 = 3,51\text{ N}$

$\rightarrow$  gorputzak lortzen duen azelerazioa 50N-eko indar hori aplikatuz gero.

5.- 25kg-ko gorputz bat horizontalarekiko  $30^\circ$ -ko inklinazioa duen planoaren behera jaisten ari da, Kalkula ezazu gorputzaren azelerazioa:

- Marruskadurarik gabe.
- Gainazalaren eta gorputzaren arteko marruskadurarekin jakinda marruskadura-koefiziente zinetikoa  $\mu = 0,35$  dela.

$m = 25\text{ kg}$   
 $\alpha = 30^\circ$   
 $a \rightarrow \mu = 0$   
 $a \rightarrow \mu = 0,35$

• Indarren kalkulua  
 $P_y = m \cdot g \cdot \cos \alpha = 25 \cdot 9,8 \cdot \cos 30 = 212,18\text{ N}$   
 $P_x = m \cdot g \cdot \sin \alpha = 25 \cdot 9,8 \cdot \sin 30 = 122,5\text{ N}$   
 $P = m \cdot g = 25 \cdot 9,8 = 245\text{ N}$   
 $N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = 212,18\text{ N}$   
 $F_m = \mu \cdot N = 0,35 \cdot 212,18\text{ N} = 74,26\text{ N}$

$F_x = m \cdot a$  - Newtonen 2. legea aplikatuz.  
 $P_x - F_m = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{P_x}{m} = \frac{122,5\text{ N}}{25\text{ kg}} = \boxed{4,9\text{ m/s}^2}$

• gorputzaren azelerazioa marruskadurarik gabe

$a = \frac{P_x - F_m}{m} = \frac{(122,5 - 74,26)\text{ N}}{25\text{ kg}} = \boxed{1,9\text{ m/s}^2}$

• Azelerazioa marruskadurarekin

• Marruskadura garrantzige indar bat denez, azelerazioa ere txikiagoa izango da.

6.- 100kg-ko gorputz bat horizontalarekiko  $45^\circ$ -ko inklinazioa duen planoaren gora igoarazi nahi da. Marruskadura-koefiziente zinetikoa  $\mu=0,4$  izanik, kalkula itzazu:

a) Marruskadura indarra.

b) Abiadura konstantez igo dadin, plano horrekiko norabide paraleloan aplikatu behar den indarra.

$m = 100 \text{ kg}$   
 $\alpha = 45^\circ$   
 $\mu = 0,4$

Datuek

a)  $F_m$ ?

b)  $a = 0$  ( $v = \text{kta}$ )  $\rightarrow F$ ?

[b] •  $F_T = m \cdot a \rightarrow$  Newtonen 2. legea (x abiatzean)  
 $\rightarrow v = \text{kta}$  (HzU)  
 $F - F_m - P_x = m \cdot a = 0$

[F]  $F = F_m + P_x = 277,18 \text{ N} + 693 \text{ N} = 970,18 \text{ N}$

• Beharrezkoa den indarra gorputza igotzeko abiadura konstante batekin (HzU)

$P_x = m \cdot g \cdot \sin 45 = 100 \cdot 9,8 \cdot \sin 45^\circ$   
 $P_x = 693 \text{ N}$

[a]

• Marruskadura  $F_m = \mu \cdot N$

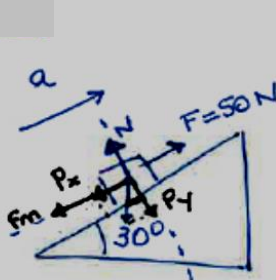
•  $N = P_y = m \cdot g \cdot \cos \alpha = 100 \cdot 9,8 \cdot \cos 45^\circ = 693 \text{ N}$

•  $F_m = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = 0,4 \cdot 100 \cdot 9,8 \cdot \cos 45^\circ = 277,18 \text{ N}$

• Marruskaduraren indarraren balioa

7.- 3kg-ko gorputz bat horizontalarekiko  $30^\circ$ -ko inklinazioa duen plano batean gora higitzen ari da, plano horrekiko paraleloa den 50N-eko indar baten eraginez. Marruskadura-koefiziente zinetikoa  $\mu=0,3$  izanik, kalkula itzazu:

- Pisua osagaiak
- Marruskadura indarra.
- Gorputzaren azelerazioa.

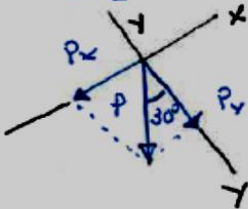


$$m = 3 \text{ kg}$$

$$\mu = 0,3$$

- $P_y$  eta  $P_x$
- $F_m$
- a

a) Pisua osagaiak kalkulatzeko pisua den konposatu behar dugu bere osagaietan:



$$P_x = P \cdot \sin 30 = m \cdot g \cdot \sin 30 = 3 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \sin 30 = \boxed{14,7 \text{ N}}$$

Pisua x osagaia

$$P_y = P \cdot \cos 30 = 3 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 30 = \boxed{25,51 \text{ N}}$$

Pisua y osagaia

b) Marruskadura indarraren balioa:  $F_m = \mu \cdot N$   
 $\downarrow$   
 Indar Normala (kalkulatu behar dugu)  
 marruskadura  
 koefizientea (datua da)

• Indar normala kalkulatzeko Newtonen 1. legea aplikatuko dugu, y ardatzetik gorputza ez delako desplazatzen, beraz ez dago azeleraziorik.

$$\vec{F}_{Ty} = 0 \Rightarrow N - P_y = 0 \Rightarrow N = P_y = 25,5 \text{ N}$$

•  $F_m = \mu \cdot N = 0,3 \cdot 25,5 \text{ N} = \boxed{7,65 \text{ N}}$  → Lurzorvak egiten dion frenatze indarra gorputzari.

c) Azelerazioa emango da x ordatzean, hortik gorputza desplazatzen delako beraz, kalkulatzeko Newtonen 2. legea x ardatzean aplikatuko dugu:

$$\vec{F}_{Tx} = m \cdot a \Rightarrow F - F_m - P_x = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F - F_m - P_x}{m} = \frac{50 \text{ N} - 7,65 \text{ N} - 14,7 \text{ N}}{3 \text{ kg}} \Rightarrow$$

$$\boxed{a = 9,2 \text{ m/s}^2}$$

→ higitariak lortzen duen azelerazioa bere gainean 50N-eko indarra eragiten duenean.

8.-Txirrika baten sokaren muturretatik 0,5kg eta 0,4kg-ko bi gorputz eseki dira. Kalkula itzazu:

- Sistemaren azelerazioa.
- Sokaren tentsioa.

$a (m_1 > m_2) \rightarrow$  sistemaren azelerazioaren norantza.  
 $a?$   
 $T?$

$\rightarrow$  AZELERAZIODREN KALKULOA:  
 • Newtonen 2. legea gorputz bakoitzean aplikatuko dugu:  
 $F_T = m \cdot a$

$P_1 - T_1 = m_1 \cdot a$   
 $T_2 - P_2 = m_2 \cdot a$

$\cdot \boxed{T_1 = T_2} \rightarrow$  polea ideala delako.

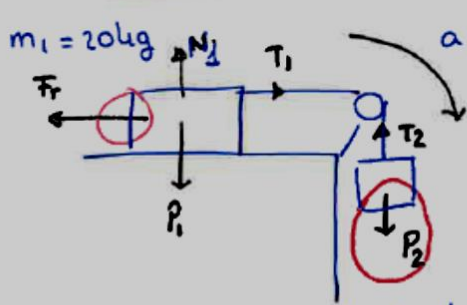
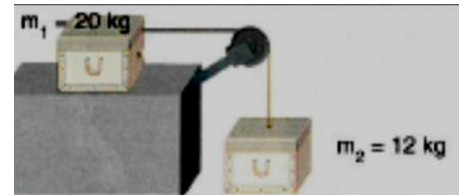
$$P_1 - P_2 = (m_1 + m_2) a$$

$\cdot a = \frac{P_1 - P_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 g - m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{4'9 - 3'9}{0'9} = \underline{\underline{1,1 \text{ m/s}^2}} \rightarrow$  gorputzaren azelerazioa

$\Rightarrow$  Tentsioaren kalkulua:  
 $\cdot T_2 = m_2 \cdot a + m_2 g = m_2 (a + g) = 0'4 (1'1 + 9'8) = \underline{\underline{4,36 \text{ N}}} \rightarrow$  sokaren tentsioa.

$\hookrightarrow$  edozein ekuazio erabil dezakegu  $T_1 = T_2$  delako.

9.- Kalkula itzazu irudiko sistemaren azelerazioa eta sokaren tentsioa, lehenengo gorputzaren eta gainazalaren arteko marruskadura-koefiziente zinetikoa 0,5 izanik.



$\mu = 0,5$      $a?$      $T?$

1.- Indarren eskema marrazkian

2.- Sistemaren azelerazioaren norantza:

• Muhurtan (Harruskadura leunduta) bakarrik bigarren gorputzaren pisua dago sistematik tiratzen.

• Bakarrik  $P_2 \rightarrow \curvearrowright a \rightarrow$  sistemaren azelerazioaren norantza.

3.- Newtonen 2. legea gorputz bakoitzean aplikatuko dugu:  $F_T = m \cdot a$

$$P_2 - T_2 = m_2 \cdot a$$

$$T_1 - F_{r1} = m_1 \cdot a$$

\* Polea ideala denez  $T_1 = T_2$

$$P_2 - F_{r1} = (m_1 + m_2) a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{P_2 - F_{r1}}{m_1 + m_2} = \frac{117,6\text{N} - 98\text{N}}{20 + 12} = \frac{19,6\text{N}}{32} = 0,61\text{m/s}^2$$

↓  
Sistemak lortzen duen azelerazio konstantea.

•  $P_2 = m_2 g = 12 \cdot 9,8 = 117,6\text{N}$

•  $F_{r1} = \mu m_1 g = 0,5 \cdot 20 \cdot 9,8 = 98\text{N}$

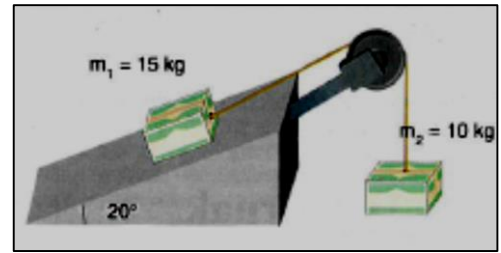
Indarren kalkulua

4.- Tentsioaren kalkulua, edozein ekuziotatik  $T_1 = T_2 = T$  delako.

$T = m_1 a + F_{r1} = 20 \cdot 0,61 + 98 = 110,2\text{N} \rightarrow$  Sokaren tentsioa gorputzen gainean

10.- Kalkula itzazu irudiko sistemaren azelerazioa eta sokaren tentsioa:

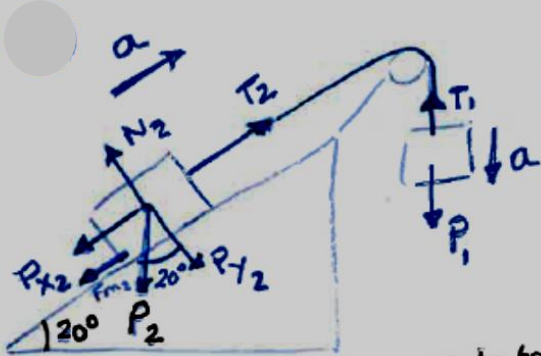
- Marruskadurarik gabe.
- Lehenengo gorputzaren eta gainazalaren arteko marruskadura-koefiziente zinetikoa 0,3 izanik



• Gorputz bakoitzaren indarren kalkulua:

$$m_1 = 10 \text{ kg} \\ P_1 = m_1 \cdot g = 98 \text{ N}$$

$$m_2 = 15 \text{ kg} \quad (\mu = 0,3) \\ P_2 = m_2 \cdot g = 147 \text{ N} \\ P_{2y} = P_2 \cdot \cos 20^\circ = 138 \text{ N} \\ P_{2x} = P_2 \cdot \sin 20^\circ = 50,3 \text{ N} \\ F_{m2} = \mu \cdot N = \mu \cdot P_{2y} = 41,4 \text{ N}$$



• Azelerazioa kalkulatzeko gorputz bakoitzeari Newtonen 2. legea aplikatuko dugu:

a)  $\mu = 0 \rightarrow$  azelerazioa murriskadurarik gabe

b)  $\mu = 0,3 \rightarrow$  azelerazioa murriskadurarik gabe

$\rightarrow$  Higiduraren norantza (muturren indarrekin)

$$P_1 = 98 \text{ N} \\ P_{2x} = 50,3 \text{ N} \quad \left. \begin{array}{l} P_1 > P_{2x} \\ \text{Hau jakinda} \\ \text{murriskadura} \\ \text{marratzten dugu} \end{array} \right\} a$$

$\rightarrow F_T = m \cdot a \rightarrow$  Newtonen 2. legea

$$T_2 - P_{2x} - F_{m2} = m_2 \cdot a \\ P_1 - T_1 = m_1 \cdot a$$

$\rightarrow F_T = m \cdot a$  (polea idealak  $T_1 = T_2$ )

$$T_2 - P_{2x} = m_2 \cdot a \\ P_1 - T_1 = m_1 \cdot a \\ \hline P_1 - P_{2x} = a(m_1 + m_2)$$

- Sistema batera mugitzen denez azelerazioa berdina da bakoitzaren
- Polea idealak denez  $T_1 = T_2 = T$

$$P_1 - P_{2x} - F_{m2} = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$a = \frac{P_1 - P_{2x} - F_{m2}}{m_1 + m_2} = \frac{98 \text{ N} - 50,3 \text{ N} - 41,4 \text{ N}}{25} = \boxed{0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

Azelerazioa murriskadurarik gabe

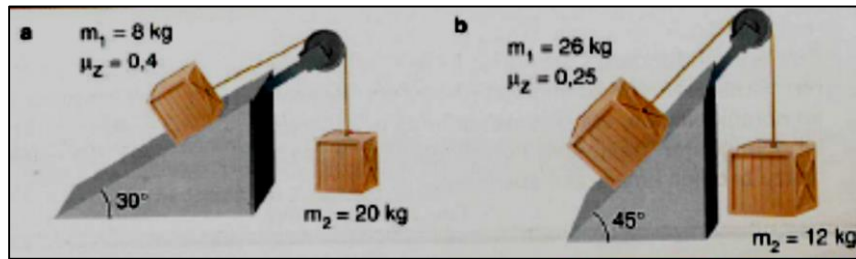
$$\boxed{a} = \frac{P_1 - P_{2x}}{m_1 + m_2} = \frac{98 \text{ N} - 50,3 \text{ N}}{10 + 15} = \boxed{1,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

Sistemaren azelerazioa murriskadurarik gabe.

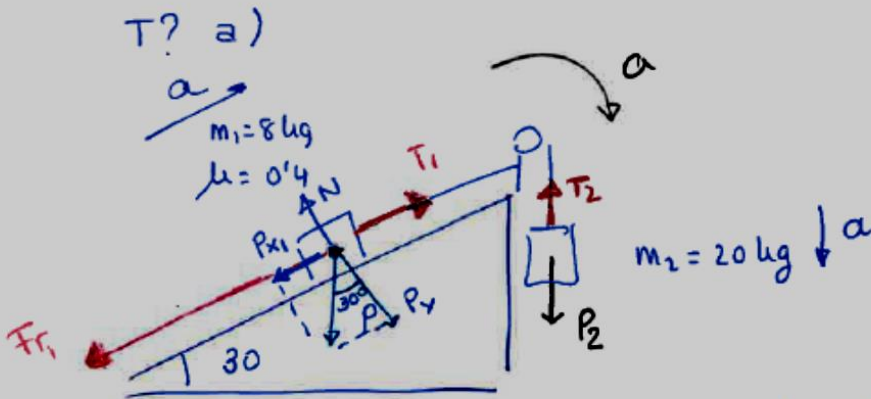
•  $F_m$  frenatze indar bat denez  $\rightarrow$  azelerazioa txikiagoa da.



11.- Kalkula itzazu irudiko sistemen azelerazioa eta sokaren tentsioa.



11 a)



• Azelerazioaren norantza eta indarren kalkulua:

$$P_2 = m_2 g = 20 \cdot 9.8 = 196 \text{ N}$$

$$P_{x1} = m_1 g \cdot \sin 30 = 8 \cdot 9.8 \cdot \sin 30 = 39.2 \text{ N}$$

$$\bullet P_1 = 8 \cdot 9.8 = 78.4 \text{ N}$$

$$\bullet F_{r1} = \mu \cdot N = \mu \cdot 78.4 \cdot \cos 30 = 27.16 \text{ N}$$

• AZELERAZIOAREN KALKULUA:

$$P_2 - T_2 = m_2 \cdot a \rightarrow F_T = m \cdot a \text{ 2. gorputzean}$$

$$T_1 - P_{x1} - F_{r1} = m_1 \cdot a \rightarrow F_T = m \cdot a \text{ 1. gorputzean}$$

} Newtonen 2. legea.

$$P_2 - P_{x1} - F_{r1} = (m_1 + m_2) a$$

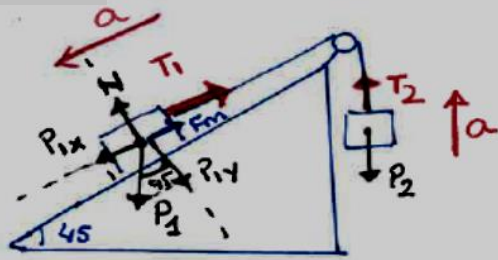
$$a = \frac{P_2 - P_{x1} - F_{r1}}{m_1 + m_2} = \frac{196 - 39.2 - 27.16}{28} = 4.63 \text{ m/s}^2 \rightarrow \text{gorputzaren lortutako azelerazioa}$$

• TENTSIOAREN KALKULUA:

$$T = P_2 - m_2 \cdot a = 196 - 20 \cdot 4.63 = 103.4 \text{ N} \rightarrow \text{Sokaren tentsioaren balioa. Sola iduala denez } T_1 = T_2$$

↳ Edozein ekuazioarekin lortuko dugu.  $T_1 = T_2$  delako.

11B)



① ← DATORAK → ②  
 $m_1 = 26 \text{ kg}$   
 $\mu = 0.25$   
 $m_2 = 12 \text{ kg}$

- Lehendabizi marroztuko ditugu eragiten ar diren indar guztiak.
- Begiratu dugu muturretako indarrak jakiteko azelerazioaren norantza (mamuskadura konhuan hartu gabe hasieran sistema geldirik dagoelako)

➔ Muturretako indarrak :  $P_2$  eta  $P_{1x}$  ea zein den handiena.

$$P_2 = m_2 \cdot g = 12 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 117.6 \text{ N}$$

$$P_{1x} = m_1 \cdot g \cdot \sin 45 = 26 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 45^\circ = 180.17 \text{ N}$$

$P_{1x} > P_2$  sistema  $\curvearrowright a$  mugituko da ➔ hau jakinda mamuskadura ① gorputzean marroztuko dugu.

- Sistemaren azelerazioa kalkulatzeko gorputz bakoitzari Newtonen 2. legea aplikatuko diogu :  $F_T = m \cdot a$ .

① GORPUTZA :  $P_{1x} - T_1 - F_m = m_1 \cdot a$

② GORPUTZA :  $T_2 - P_2 = m_2 \cdot a$

- Polea idiala denez  $T_1 = T_2$
- Sistema batera mugitzen denez bi gorputzen azelerazioa berdina da.

$$P_{1x} - F_m - P_2 = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a = (m_1 + m_2) \cdot a$$

$$\boxed{a} = \frac{P_{1x} - F_m - P_2}{m_1 + m_2} = \frac{180.17 \text{ N} - 45 \text{ N} - 117.6 \text{ N}}{(26 \text{ kg} + 12 \text{ kg})} = \boxed{0.46 \text{ m/s}^2}$$

Sistema batera mugitzen denez, hau da gorputzek lortzen duten azelerazioa.

•  $P_{1x} = 180.17 \text{ N}$

•  $P_2 = m_2 \cdot g = 12 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 117.6 \text{ N}$

•  $F_m = \mu \cdot N = \mu \cdot P_{1y} = 0.25 \cdot 180.17 \text{ N} = 45 \text{ N}$

↳  $P_{1y} = m_1 \cdot g \cdot \cos 45 = 26 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 45^\circ = 180.17 \text{ N}$

- Sokaren tentsioa kalkulatzeko edozein ekuazioa erabil dezakegu, polea idiala denez  $T_1 = T_2$

$$T_2 - P_2 = m_2 \cdot a \Rightarrow T_2 = P_2 + m_2 \cdot a = 117.6 \text{ N} + 12 \text{ kg} \cdot 0.46 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \boxed{123.12 \text{ N}}$$

↓  
 Sokak egiten duen tentsioa gorputzen gainean.