

1.-80 km/h-ko abiaduraz dabilen autobus bat 30 metroko erradioa duen bihurgunetik doa. 70 kg-ko bidaiari bat horman apoiaturik dago. Kalkulatu autobusak bidaiari egiten dion indarraren balioa, ibilgailuarekin batera birarazteko.

$$V = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 22,22 \text{ m/s}$$

$$R = 30 \text{ m}$$

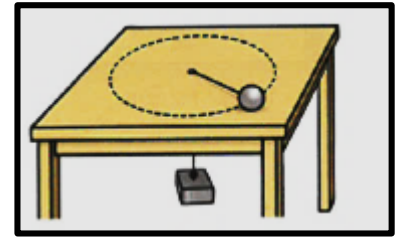
$$m = 70 \text{ kg}$$



Autobusak bidaiari egiten dion indarra indar zentripetuak edo normalez izango da. kasu honetan indar zentripetuak kolngiditzen du maruskadurazekin, horregatik kotxea ez da ateratzen bihurgunetik.

$$\boxed{F_c} = F_m = m \frac{v^2}{R} = 70 \text{ kg} \left( \frac{22,22 \text{ m/s}}{30 \text{ m}} \right)^2 = \boxed{1152 \text{ N}}$$

2.- 200g-ko masa duen gorputz bat 50cm-ko erradioa duen zirkulu horizontal batean biratzen da mahai horizontal baten gainean; ez dago marruskadurarik, eta 0,8 bira ematen ditu segunduko. Mahaiaren erdigunean dagoen zulo batetik pasatzen den soka baten bitartez lotuta dago gorputz hori m masa duen beste gorputz bati. Zer balio izan behar du m-k sistema orekatuta egon dadin?



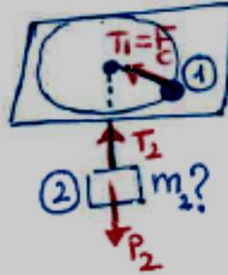
ZINTZILIKATUTA DAGOEN MASAK OREKAN EGON BEHAR DUENEZ, NEWTONEN 1.LEGEA APLKATUKO ZAIO. MASA HONEN GAINEAN ERAGITEN ARI DIREN INDARRAK  $T_2$ (SOKAREN TENTSIOA) ETA  $P_2$  IZANGO,DIRA

$$m_1 = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}$$

$$R = 50 \text{ cm} = 0.5 \text{ m}$$

$$\mu = 0$$

$$\omega = 0.8 \frac{\text{bira}}{\text{s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ bira}} = 1.6\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$



- Sistema eragiten dituzten indarrak :
  - Sokaren tentsioa  $T_1 = T_2$  (soka bera delako)
  - T-k koizgiditzen du indar zentripetua ereki eta honi esker bukatu biratzen du.
  - Sistema orekan dago.  $\vec{F}_T = 0$

- Newtonen 1 legea aplikatuko dugu ②.

$$\vec{F}_T = 0 \Rightarrow T_2 - P_2 = 0 \Rightarrow T_2 = P_2 = m_2 \cdot g = 9.8 \cdot m_2$$

↳ Eragutu behar dugu  $m_2$  kalkulatu ahal izateko.

- ① gorputzean Newtonen 2. legea aplikatuko dugu kontuan hartuz higidura zirkulararekin mugitzen dela :

$$F_N = m_1 \cdot a_N = m_1 \cdot \omega^2 R = 0.2 \text{ kg} \cdot (1.6\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}})^2 \cdot 0.5 \text{ m} = \boxed{2.53 \text{ N}}$$

→ Indar normalek sokaren tentsioa da, beraz  $T_1 = 2.53 \text{ N} = T_2$  soka berdina delako bi gorputzetan

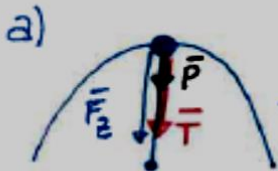
$$T_2 = 9.8 \cdot m_2 \rightarrow m_2 = \frac{T_2}{9.8} = \frac{2.53 \text{ N}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 0.258 \text{ kg} = \boxed{258 \text{ g}}$$

Zintzilikatuta dagoen gorputzaren masa, oreka egoeran egoteko.

3.-60cm-ko luzerako soka bati lotuta dagoen eta 300g-ko masa duen gorputz bat biratzen ari da, 300b/min-ko abiaduraz, zirkunferentzia bertikal batean. Kalkulatu sokaren tentsioa ibilbideko punturik altuenean eta baxuenean.

Sokaren luzera =  $R = 60 \text{ cm} = 0.6 \text{ m}$  (zirkunferentziaren erradioa)  
 $m = 300 \text{ g} = 0.3 \text{ kg}$   
 $\omega = 300 \frac{\text{b}}{\text{min}} = 10\pi \text{ rad/s}$   
 $T?$

Higidura zirkularra, bertikalean ematen denez, indar zentripetuak bat egiten du erradioaren norabideko indarren erresultantearekin.



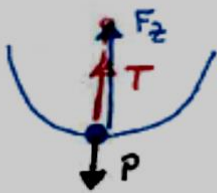
→ punturik altuenean indarren erresultanteak bat egiten du indar normalarekin, eta honek puntu horretan gorputzean azelerazio normala eragiten du.

$$\vec{F}_T = m \cdot \vec{a}_N \Rightarrow T + P = m \cdot a_N \Rightarrow \boxed{T} = m \cdot a_N - P = 0.3 \cdot 592.18 - 2.94 = \boxed{174.7 \text{ N}}$$

Sokaren tentsioa punturik altuenean.

- $a_N = \omega^2 \cdot R = (10\pi)^2 \cdot 0.6 = 592.18 \text{ m/s}^2$
- $P = m \cdot g = 0.3 \text{ kg} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 = 2.94 \text{ N}$

b)



Berdin jokatuko dugu:

$$\vec{F}_T = m \cdot \vec{a}_N \Rightarrow T - P = m \cdot a_N \Rightarrow T = m \cdot a_N + P = 0.3 \cdot 592.18 + 2.94 = \boxed{180.6 \text{ N}}$$

Sokaren tentsioa punturik baxuenean.

4.- 1200kg-ko masa duen ibilgailu batek 50m-ko erradioa duen kurba bat hartzen du 50km/h-ko abiaduraz. Kalkulatu gurpilek bira egiteko asfaltoarekin izan behar duten gutxieneko marruskadura-indarra. Kalkulatu gurpilen eta asfaltoaren arteko marruskadura estatikoaren koefizientearen balioa.

$m = 1200 \text{ kg}$   
 $v = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 13.8 \text{ m/s}$   
 $R = 50 \text{ m}$

$\mu ? \rightarrow$  kalkulatzeko  $F_m = \mu \cdot N$   
 kalkulatu behar ditugu



Honiesker higikaria har dezake bihorgunea, hortik, atera gabe.

• Newtonen 2. legea aplikatuz X ardatzean:

$\vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_N \Rightarrow \boxed{F_m = F_N} = m \frac{v^2}{R} = 1200 \text{ kg} \frac{(13.8 \text{ m/s})^2}{50 \text{ m}} = \boxed{4630 \text{ N}}$

Harruskaduraren balioa.

• Newtonen 1. legea Y ardatzean (hemendik ez delako desplazatzen)

$\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N - P = 0 \Rightarrow N = P = m \cdot g = 1200 \text{ kg} \cdot 9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \boxed{11.760 \text{ N}}$

Normalkaren balioa.

$\mu$  kalkulatzeko:  $F_m = \mu \cdot N \Rightarrow \mu = \frac{F_m}{N} = \frac{4630 \text{ N}}{11.760 \text{ N}} = 0.393 \boxed{0.4}$

Harruskadura koefiziente estatikoa.

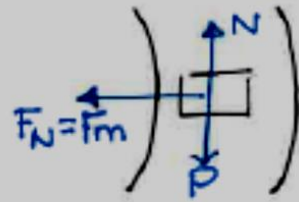
5.- 1500kg-ko masa duen eta 110km/h-ko abiadura konstantez higitzen den auto batek 90m-ko erradioa duen kurba zirkular bat hartzen du.

- Zer azelerazio mota du?
- Zer intentsitate du autoari eragin behar zaion indarrak, kurbatik atera ez dadin?
- Zerk eragiten du indar hori?.

$$m = 1500 \text{ kg}$$

$$v = \frac{110 \text{ km}}{\text{h}} \cdot \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 30.5 \text{ m/s}$$

$$R = 90 \text{ m}$$



a) Bihurgune bat denez azelerazio zentripetua edo normala izango du higitariak.

b) Indar zentripetua ren intentsitatea kalkulatu behar dugu, honieker, higitariak bihurgunetik ez da aterako.

$$|F_N| = m \cdot a_N = m \cdot \frac{v^2}{R} = 1500 \text{ kg} \cdot \frac{(30.5 \text{ m/s})^2}{90 \text{ m}} = \boxed{15.561 \text{ N}}$$

c) Indar honek adierazten du sortzen den marmuskadura pneumatikoen eta asfaltoaren artean.

6.-0,5 kg-ko gorputz bat plano bertikal batean biratzen da;75cm-ko hari baten bitartez lotuta dago erdigunearekin.

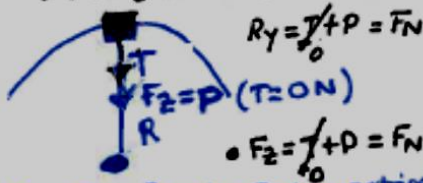
- a) Kalkulatu gorputzak punturik altuenean behar duen gutxieneko abiadura, soka tentsioaren eraginpean egon ez dadin. Sokak gehienez jasan dezakete tentsioa 15N-ekoa bada, bilatu gehieneko abiadura ibilbideko punturik altuenean eta baxuenean.

Higidura zirkularra, bertikalean ematen denez, indar zentripetuak bat egiten du erradioaren norabideko indarren erresultantearekin.

$m = 0.5 \text{ kg}$  (plano bertikalean)  
 $R = 0.75 \text{ m}$

a)  $v$ ? punturik altuenean

$\hookrightarrow T=0$  ez eduki joko  $\Rightarrow T=0 \text{ N}$



$P = F_z \rightarrow$  Pisuak = Indar zentripetua.

$m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{R}$

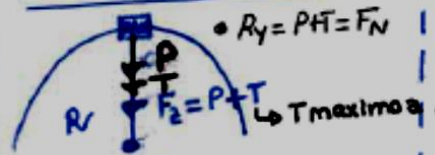
$v = \sqrt{R \cdot g} = \sqrt{0.75 \text{ m/s}^2 \cdot 9.8 \text{ m/s}^2}$

$v = 2.77 \text{ m/s}$  • abiadura punturik altuenean sokaren tentsioa 0 da.

TENTSIONA EZ BADAGO,  $F_z$ -k BAT EGITEN DU PISUAREKIN, PUNTURIK ALTUENEAN.

•  $\vec{F}_N = m \cdot \vec{a}_N = m \cdot \frac{v^2}{R} \rightarrow$  Higidura zirkular batean eragiten duen indar zentripetua edo normala jangoda.  
 •  $F_N$  indarren erresultantea yarda jangoa  $\Rightarrow F_N = R_y$

b)  $T$  gehienez = 15N Punturik altuenean



$F_z = m \cdot \frac{v^2}{R} = F_N$

$P + T = m \cdot \frac{v^2}{R}$

$\frac{(m \cdot g + T) R}{m} = v^2$

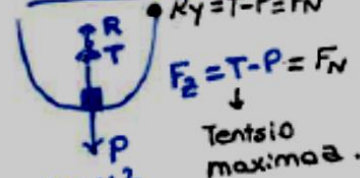
$v = \sqrt{\frac{0.75 (0.5 \cdot 9.8 + 15)}{0.5}} \Rightarrow$

$v = 5.46 \text{ m/s}$  • Punturik altuenean

abiaduraren balioa sokaren tentsioa 15 N-ekoa dena.

$v$  altuenean?  $v$  baxuenean?

Punturik baxuenean



$F_z = m \cdot \frac{v^2}{R}$

$T - P = m \cdot \frac{v^2}{R}$

$\frac{(T - m \cdot g) R}{m} = v^2$

$v = \sqrt{\frac{(15 - 0.5 \cdot 9.8) \cdot 0.75}{0.5}}$

$v = 3.89 \text{ m/s}$  • Punturik baxuenean

abiaduraren balioa sokaren tentsioa 15 N-koa izateko.

TENTSIONA DAGOENEZ,  $F_z$ -k BAT EGITEN DU  $P+T$  PUNTURIK ALTUENEAN, ETA  $T-P$  PUNTURIK BAXUENEAN. HORRELA, SOKA TENDE MANTENTZEN DA ETA GORPUTZAK JARRAITZEN DU HZRU-z HIGITZEN.

7.-Zaldiko-maldiko baten plataforman birakaria, 6m-ko erradioa duena, 5b/min-ko frekuentziaz biratzen da.



- Zaldiko-maldikoaren plataformaren erdiko ardatzari 55kg-ko pertsona bat lotzen zaio, 3m-ko soka baten bitartez. Kalkulatu soka honen tentsioa. (45,2N)
- Sokak gehienez jasan dezakeen tentsioa 90N-ekoa bada. Gorputza ardatzetik banatzen bada, soka apurtu egingo al da?.

Higidura zirkularra, HORIZONTALLEAN ematen denez, indar zentripetuak bat egiten du sokaren tentsioarekin, erradioaren norabidean indar bakarra delako.

$R = 6m \rightarrow$  sokaren luzerak jirkunferentziaren erradioarekin bat egiten du.

$\omega = 5 \frac{\text{bira}}{\text{min}} = \frac{\pi}{6} \text{ rad/s} \rightarrow$  jirkunferentziaren puntu guztien abiadura angeluarra, puntu guztiek batera biratzen dutelako.

a)

- Biratzean  $\Delta n$  sortzen da indar normalarengatik.
- $F_z = R_x = T$
- $F_z = T \rightarrow$  Indar normalak sokaren tentsioarekin bat egiten du.
- $F_N = m \cdot v^2 / R$
- $m \cdot \frac{v^2}{R} = T = 55 \cdot \frac{\pi^2}{3} = \boxed{45,236N}$
- $v = \omega \cdot R = \frac{\pi}{6} \cdot 3 = \frac{\pi}{2} \text{ m/s}$

b)

$T = 90N \rightarrow$  sokak gehienez jasaten duen tentsioa (hortik aurrera puskatu egingoda)

$T? R=6m. \rightarrow$  soka apurtzen da?  $\rightarrow$  Erradio honetan kalkulatu tentsioaren balioa eta aldatu dugu tentsio maximoarekin.

- $F_z = T = m \frac{v^2}{R} = 55 \cdot \frac{(\pi^2)}{6} = \boxed{90,47N} > 90N$
- $v = \omega \cdot R = \frac{\pi}{6} \cdot 6 = \pi \text{ m/s}$
- Erradio handitzean sokak tentsio gehiago egin behar du, gorputzaren gainean.
- Soka hautsiko da, maximoa baino handiagoa delako.