3 Abiadura

Higidura aztertzen dugunean, **abiadura** izaten da haren ezaugarri nagusietako bat. Higikari bat denbora-tarte jakin batean zenbateko azkartasunez higitzen den adierazten duen magnitudea da abiadura.

3.1. Batez besteko abiadura

Aztertu argazkian aipatzen diren datuak (▶ 8.14. irudia) eta erantzun. Zein izan zen garailearen abiadura? Eskura ditugun datuekin etaparen abiadura kalkulatzeko, egindako kilometroak zati etapa amaitzeko behar izandako denbora egin behar dugu. Baina, txirrindulariek abiadura bera al dute % 10eko malda duen mendatea igotzean eta jaistean? Argi dago ezetz; txirrindulariek ez dutela abiadura bera izaten etapa guztietan. Kalkulatu duguna **batez besteko abiadura** da. Higidura aztertzen dugunean, higikaria ez da beti erritmo berean higitzen; normala den gisara, batzuetan azkarrago eta beste batzuetan polikiago higitzen da. Ibilbide osoan abiadura berdina izaten ez denez, batzuetan batez besteko abiadura jakin nahi izaten dugu. Honela definitzen da:

Hau da t_1-ean hasi eta t_2-an amaitzen den P_1 eta P_2 puntuen arteko norabide-aldaketarik gabeko ibilbidearen **batez besteko abiadura:**

$$v_b = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

Higiduraren azkartasunaz gain (v_b), higiduraren norabidea ere neurtu nahi denez, batez besteko abiaduraren bektorea zehaztu behar da:

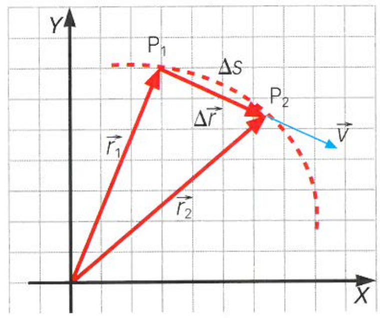
Hau da t_1-ean hasi eta t_2-n amaitzen den P_1 eta P_2 puntuen arteko ibilbidearen (▶ 8.15. irudia) **batez besteko abiaduraren bektorea:**

$$\vec{v}_b = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$

Bektore horrek bere baitan biltzen ditu hauek:

- Modulua: $\frac{|\Delta \vec{r}\,|}{\Delta t}$. Orokorrean, $v_b \neq |\vec{v}_b|$, zeren $\Delta s \neq |\Delta \vec{r}\,|$ (▶ 8.15. irudia).
- Norabidea: desplazamendu-bektorearen berdina, $\Delta \vec{r}$.
- Noranzkoa: higiduraren aurrerabidea.

8.14. irudia. 2012ko Frantziako Tourreko 16. etapa Pauen hasi zen 11:18an eta Bagnères-de-Luchonen amaitu zen 16:53an. Etapa 197 km luze izan zen eta txirrindulariek lau mendate igo eta jaitsi behar izan zituzten.



8.15. irudia. Desplazamendu-bektorearen eta denbora-tartearen arteko zatidura da **batez besteko abiaduraren bektorea.** Ibilbidean egindako distantziaren, Δs, eta hura egiteko behar izandako denbora-tartearen arteko zatidurari **batez besteko azkartasuna** edo **bizkortasuna** deritzo.

JARDUERA

9. Madrilgo 1. lineako trenen batez besteko abiadura 21,4 km/h da. Ibilbide guztia egiteko, trenak 55 minutu eta 30 segundo behar ditu. Zein da ibilbidearen luzera?

Emaitza: 19,8 km

ADIBIDE EBATZIA

4 **Soinuak 10 s inguru behar ditu airean 3,4 km egiteko. Kalkulatu zenbat denbora beharko dugun gure oihartzuna entzuteko, 680 metrora dagoen mendi baten magalera oihu egiten badugu.**

Hasteko, soinuak airean duen abiadura kalkulatu behar dugu. Konstantea dela kontuan hartuta, honela kalkulatzen da:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3.400 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 340 \text{ m/s}$$

Jarraian, soinuak 680 metroko distantzia egiteko zenbat denbora behar duen kalkulatu behar dugu. Soinu-uhinek 680 metrora egiten dute talka mendiaren magalarekin eta, gero, gugana itzultzen dira, soinu-uhinen islapenari esker (oihartzuna).

$$v = \frac{\Delta s}{t_{oihartzuna}} \Rightarrow t_{oihartzuna} = \frac{\Delta s}{v} = \frac{2 \cdot 680 \text{ m}}{340 \text{ m/s}} = \mathbf{4\ s}$$

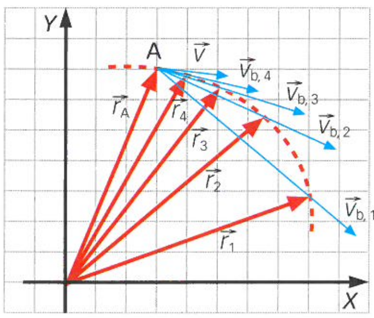
TRESNA MATEMATIKOAK

Deribatuak

Matematikariek badute prozedura bat, izendatzailea gero eta txikiagoa denean zatidura kalkulatu ahal izateko. **Funtzio deribatua** deritzo. $\vec{v}$ batez besteko abiaduraren limitea dela diogu, Δt balioak zerora jotzen duenean ($\Delta t \rightarrow 0$). Honela idazten da:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Eta $\Delta \vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$.



8.16. irudia. Puntu horretan **aldiuneko abiaduraren bektorea** ibilbidearen tangentea da.

3.2. Aldiuneko abiadura

Abiadura deskribatzeko, **aldiuneko abiadura** zein den jakin behar dugu. Autoan goazenean abiadura-neurgailuari begiratuz gero, ohartuko gara abiadura aldakorra dela. Bidaian zehar izandako batez besteko abiadura kalkulatzeko, egindako espazioa zati hura egiteko behar izandako denbora egiten dugu. Kalkulu hori denbora-tarte txiki baterako egin dezakegu: 1 min. Horrela, minutu horretan zehar izandako abiadura jakingo dugu. Nahi izanez gero, denbora-tarte txikiago bat har dezakegu, 5 s, eta bost segundo horietako batez besteko abiadura kalkulatuko dugu. Denbora-tarteak nahi adina txikituz gero, lortuko genuke:

Aldiuneko abiadura:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Elkarrengandik oso hurbil dauden P_1 eta P_2 puntuen arteko ibilbidearen **aldiuneko abiaduraren bektorea:**

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Zenbat eta txikiagoa izan denbora-tartea, Δt, gero eta zehatzagoa da **aldiuneko abiaduraren** zehaztapena. (Gogoratu: $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$).

Ikusi nola aldatzen den $\vec{v}$-ren norabidea, $\Delta \vec{r}$ txikitu ahala (▸ 8.16. irudia). Azkenean, A puntuan, bihurgunearen tangentea da abiaduraren bektorearen norabidea (A puntuaren aldiuneko abiadura kalkulatzen ari gara). Horrela, $\vec{v}$-k azkartasuna adierazten du, eta v-k, norabidea eta higiduraren noranzkoa une oro.

ADIBIDE EBATZIA

5 Kalkulatu ibilgailu baten abiadura $t = 5$ s unean. Kontuan izan haren posizio-bektorea $\vec{r}(t) = 2 \cdot t^2\, \vec{j}$ m dela.

Posizio-bektoreak denborarekiko duen limitea, deribatua, kalkulatuz gero, une bakoitzerako aldiuneko abiadura kalkulatu ahal izango dugu:

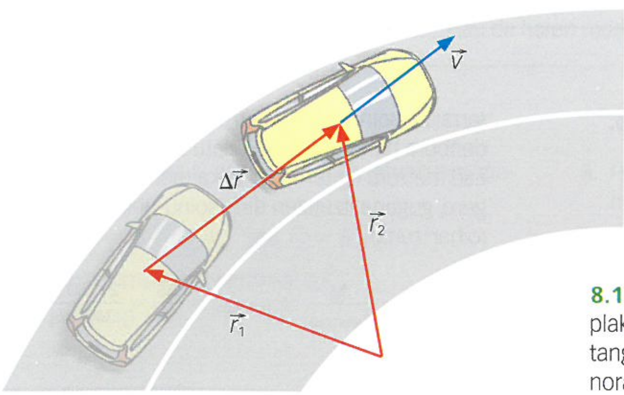
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{2 \cdot (t + \Delta t)^2\, \vec{j} - 2 \cdot t^2\, \vec{j}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(\cancel{2 \cdot t^2} + 4 \cdot t \cdot \Delta t + 2 \cdot \Delta t^2)\, \vec{j} - \cancel{2 \cdot t^2}\, \vec{j}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{(4 \cdot t + 2 \cdot \Delta t) \cdot \cancel{\Delta t}\, \vec{j}}{\cancel{\Delta t}} = \lim_{\Delta t \to 0} (4 \cdot t + 2 \cdot \Delta t)\, \vec{j} = 4 \cdot t\, \vec{j}\, \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ordeztu denboraren balioa aztergai dugun unean (t = 5 s):

$$\vec{v}(t = 5\text{ s}) = 4 \cdot 5\, \vec{j} \text{ m/s} = \mathbf{20\, \vec{j}\ m/s}$$



8.17. irudia. Ibilgailua bihurgune batean. Ibilgailu batek izotz-plaka bat edo olio-orban bat zapaltzen badu, bihurgunea egitean, tangentea marraztuz jarraituko du bere bidea, hori baita daraman norabidea. Erreparatu $\vec{v}$ bektorearen irudiari.

3.3. Abiadura eta erreferentzia-sistema

Higikari baten abiadura adierazten dugunean, balio bakarra ematen dugu. Behatzaile bakoitzak balio jakin bat emango dio, higidura-egoeraren arabera.

Eraikin baten leihotik begira ari garela autobus bat pasatzen ikusten badugu, abiadura jakin bat duela esango dugu: $\vec{v}_{obj}$. Demagun $\vec{v}_{er}$ abiadura duen txirrindulari bat ere ikusi dugula, eta autobusak aurreratu egin duela. Autobusa zer abiaduran doala esango luke txirrindulariak? **Abiadura erlatiboa** izango da; hots: $\vec{v}_{erl}$. Txirrindulariak hautemandako abiadura da.

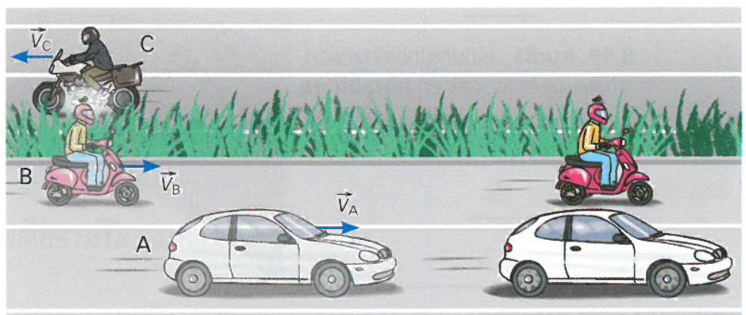
Higidura erlatiboa da; hari erreparatzeko darabilgun erreferentzia-sistemaren araberakoa izaten da.

$$\vec{v}_{erl} = \vec{v}_{obj} - \vec{v}_{er}$$

Eguneroko bizitzako higidurei dagokienez, lurrazaleko puntu bat hautatu ohi da koordenatuen jatorria han kokatzeko, eta puntu hori abiapuntutzat hartuta neurtzen da $\vec{v}_{er}$. Geldirik egongo balitz bezala aztertzen dugu.

ADIBIDE EBATZIA

6 A autoa 100 km/h-ko abiaduran doa, B motorra 120 km/h-ko abiaduran doa eta gidariak euli bat du kaskoan itsatsita, eta C motorra 110 km/h-ko abiaduran doa, kontrako norabidean. Balio horiek guztiak errepidetik kanpo finko dagoen behatzaile batek emandakoak dira. Kalkulatu zer abiadura daraman B motorrak behatzaile hauentzat:



a) A autoa.

b) C motorra.

c) Eulia.

Hasi baino lehen, zehaztu bektoreak errepidearen norabidea erreferentzia gisa hartuta.
X ardatz positiboa da hori, eta eskuinerantz doa. Horrela zehaztuta, hau geratzen zaigu (km/h unitateetan neurtuta):
$\vec{v}_A = 100\ \vec{i}$, $\vec{v}_B = 120\ \vec{i}$ eta $\vec{v}_C = -110\ \vec{i}$.

a) A autotik ikusita B motorrak duen abiadura kalkulatzeko, hauek kontuan hartu: $\vec{v}_{obj} = \vec{v}_B$, eta $\vec{v}_{er} = \vec{v}_A$.
Beraz, hau da abiadura erlatiboa:

$$\vec{v}_{erl} = \vec{v}_{obj} - \vec{v}_{er} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = 120\ \vec{i} - 100\ \vec{i}$$
$$\vec{v}_{erl} = \mathbf{20\ \vec{i}\ km/h}$$

b) C motorretik ikusita B motorrak duen abiadura kalkulatzeko, kontuan hartu: $\vec{v}_{obj} = \vec{v}_B$ eta $\vec{v}_{er} = \vec{v}_C$.
Beraz, hau da abiadura erlatiboa:

$$\vec{v}_{erl} = \vec{v}_{obj} - \vec{v}_{er} = \vec{v}_B - \vec{v}_C = 120\ \vec{i} - (-100\ \vec{i})$$
$$\vec{v}_{erl} = \mathbf{230\ \vec{i}\ km/h}$$

c) Euliak hautematen duen abiadura kalkulatzeko, kontuan hartu: $\vec{v}_{obj} = \vec{v}_B$ eta $\vec{v}_{er} = \vec{v}_B$ (gogoan izan eulia motorraren abiadura berean doala).
Beraz, hau da abiadura erlatiboa:

$$\vec{v}_{erl} = \vec{v}_{obj} - \vec{v}_{er} = \vec{v}_B - \vec{v}_B = 120\ \vec{i} - 120\ \vec{i}$$
$$\vec{v}_{erl} = \mathbf{0\ \vec{i}\ km/h}$$

JARDUERA

10. AVE trena 300 km/h abiaduran doa eta begiratzailea 6 km/h abiaduran ari da korridorea zeharkatzen trenaren atzeko alderantz.

a) Norantz doa begiratzailea, eskuinerantz edo ezkerrerantz?

b) Zer abiadura darama, trenetik kanpora dagoen behatzaile batentzat?

Emaitza: b) 294 km/h