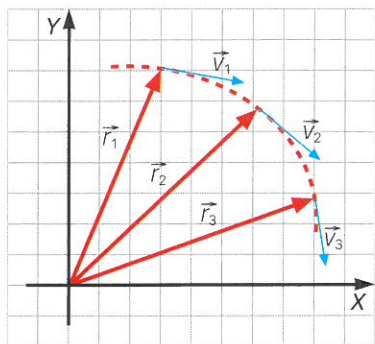
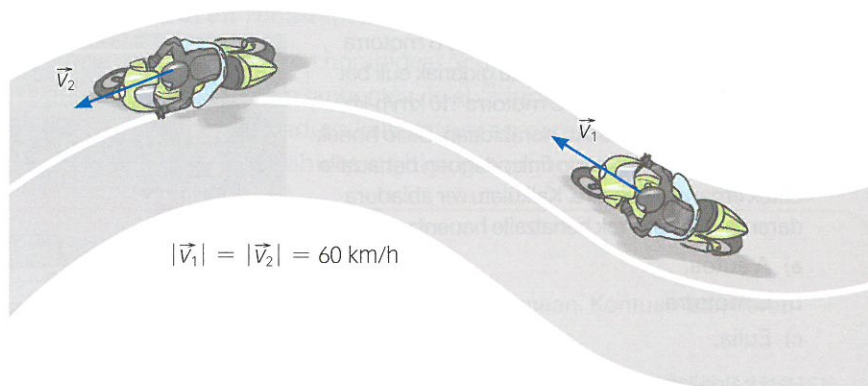


4 Azelerazioa



8.18. irudia. Fisikan, azelerazioaz ari garenean, **abiadura-bektorea nola aldatzen den** deskribatzen dugu: modulua, norabidea eta noranzkoa nola aldatzen diren. Eguneroko hitzak erabiliz, azkarrago joatea esan nahi du azelerazioak.

8.19. irudia. Bihurgunea egitean, abiadura-bektorearen **norabidea** aldatu egiten da.



Abiadura aztertzean gertatzen den bezala, denbora-tarte oso txikiak hartuz gero, batez besteko funtzioa aldiunekora hurbiltzen da. Hori horrela, batez besteko azelerazioa aldiuneko azelerazio bilakatzen da, denborak zerora jotzen duenean, $\Delta t \rightarrow 0$, limitea kalkulatzen badugu.

Aldiuneko azelerazioa da:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Higidura zuzenetan, \vec{a} bektorearen norabidea bat dator \vec{v} bektorearenekin. Noranzkoa abiadurak duenaren berdina edo kontrakoa izan daiteke.

ADIBIDE EBATZIA

7 Kalkula ezazu $\vec{v} = 6 \cdot t \vec{i}$ m/s abiadura-bektorea duen higitari baten aldiuneko azelerazioa:

Badakigu aldiuneko azelerazioa honela kalkulatzen dela:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Emaitza lortzeko erabili aldiuneko azelerazioaren adierazpena:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{6 \cdot (t + \Delta t) \vec{i} - 6 \cdot t \vec{i}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{6 \cdot \Delta t \vec{i}}{\Delta t} = 6 \vec{i} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Higitari horren azelerazio-bektoreak 6 balioa duen osagai positiboa du X ardatzean, eta konstantea da, ez baita denboraren arabera.

4.1. Azelerazioaren berezko osagaiak

Abiadura-bektorea aldatzean, haren modulu eta norabidea ere aldatu daitezke. Horregatik bereizten dira:

- **Azelerazio tangenziala**, \vec{a}_T : abiaduraren modulu aldatzen denean.
- **Azelerazio normala**, \vec{a}_N : abiaduraren norabidea aldatzen denean.

TRESNA MATEMATIKOAK

Honela adieraz dezakegu abiadura-bektorea:

$$\vec{v} = v \cdot \vec{u}_T$$

\vec{u}_T bat modulu bektorea da, eta haren norabidea ibilbidearen tangentea da. Beraz:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(v \cdot \vec{u}_T)}{dt}$$

Biderkaduraren arauaren arabera deribatu behar dugu:

$$\vec{a} = \underbrace{\frac{dv}{dt}}_{\vec{a}_T} \cdot \vec{u}_T + v \cdot \underbrace{\frac{d\vec{u}_T}{dt}}_{\vec{a}_N}$$

\vec{a}_T bektoreak eta u_T bektoreak norabide bera dutela ikus dezakegu. Beraz, \vec{a}_N eta \vec{a}_T elkarzutak dira.

Azelerazio tangenziala

Eguneroko hizkuntzan, azelerazio esaten diogu **azelerazio tangenzialari**.

Azelerazio tangenzialak abiadura-bektorearen modulu denborarekiko zenbat aldatzen den neurtzen du.

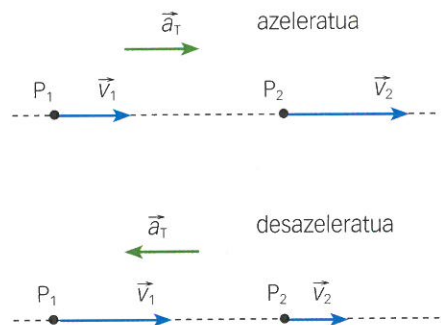
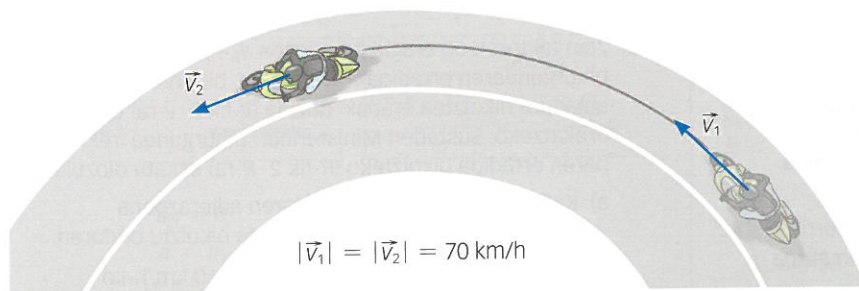
$$\vec{a}_T = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \vec{u}_T$$

Azelerazio tangenziala abiadura-bektorearen norabide bera duen bektore bat da (► 8.20. irudia).

- Abiadura-modulu handituz gero, noranzko bera izango du.
- Abiadura-modulu txikituz gero, kontrako noranzkoa izango du.

Azelerazio normala

Motor batek abiadura-bektorearen moduluari (70 km/h) aldaketarik gabe eutsi dio bihurtune batean (► 8.21. irudia). Kasu horretan, abiadura-bektorearen norabidea etengabe aldatzen da, baina moduluak bere horretan dirau; hau da, azelerazio tangenziala zero da.



8.20. irudia. Higidura zuzenetan, abiadura-modulu handitzen denean, \vec{a}_T bektoreak eta abiadurak noranzko bera izaten dute; eta abiadura-modulu txikitzen denean, \vec{a}_T bektorearen noranzkoa abiaduraren noranzkoaren kontrako izaten da.

8.21. irudia. Bihurgunea egitean motorrak abiadura konstantearen moduluari eusten dion arren, bektorearen norabidea aldatu egiten da. Aldaketa hori **azelerazio normalak** neurtzen du.

Abiadura-bektorearen norabidea aldatzean, **azelerazio normala** edo **zentripetua** gertatzen da, \vec{a}_N . Beti ere, $|\vec{v}|$ aldatzen ez bada.

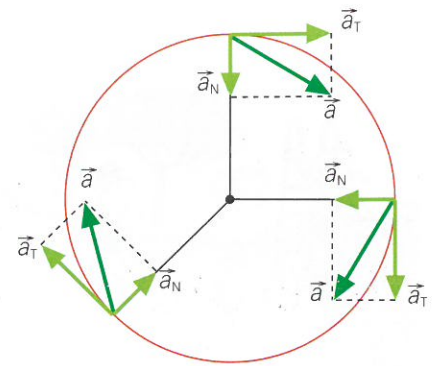
$$\vec{a}_N = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t}$$

\vec{a}_N bektorea bihurtunearen erdirantz doalako deritza **azelerazio zentripetua** azelerazio mota horri.

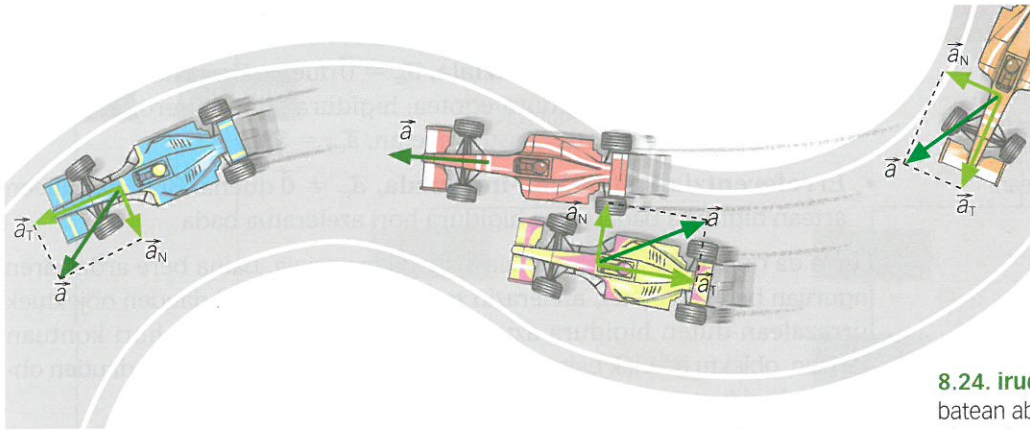
4.2. Azelerazioaren osagaiak ere bektoreak dira. Azelerazio-modulua

Higidura orokor batean (hots, zuzena, uniforme edo zirkularra ez dena), azelerazioak osagai tangentialak eta normalak izaten ditu. Tangentialak, abiadura-modulua aldatzen delako; eta normalak, abiaduraren norabidea ere aldatu egiten delako. Azelerazio-bektorea elkarzutak diren bi osagai horien arteko batuketa da beti (► 8.23. irudia).

Azelerazio tangentiala abiaduraren paraleloa da; hau da, ibilbidearen tangentea; eta azelerazio normala elkarzuta da eta kurbaduraren erdigunera rantz doa (► 8.24. irudia).



8.23. irudia. Azelerazioaren osagaiak.



8.24. irudia. 1 Formulako lasterketa batean abiaduraren modulua eta norabidea etengabe aldatzen dira; beraz, \vec{a}_N eta \vec{a}_T daude.

\vec{a}_N eta \vec{a}_T elkarzutak direnez, Pitagorasen teorema erabil daiteke $|\vec{a}|$ kalkulatzeko.

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$

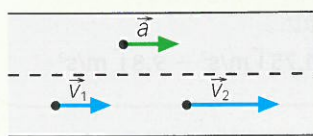
Pitagorasen teoremaren arabera, \vec{a} -ren modulua honela adierazten da:

$$|\vec{a}| = a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$$

Hasierako abiadura-bektorearen eta azelerazio-bektorearen norabidearen eta noranzkoaren arabera, hainbat egoera gerta daitezke.

Azelerazioa hainbat egoeratan

A. Zuzen batean azeleratzea

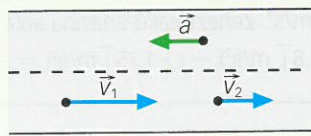


$$a_N = 0$$

$$\vec{a} = \vec{a}_T$$

\vec{a} -k eta \vec{v} -k norabide eta noranzko bera dute.

B. Zuzen batean balaztatzea

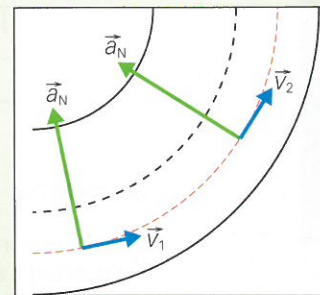


$$a_N = 0$$

$$\vec{a} = \vec{a}_T$$

a -k eta \vec{v} -k norabide bera baina kontrako noranzkoak dituzte.

C. Bihurgune bat abiadura konstantez egitea, $|\vec{v}|$ modulua aldatu gabe



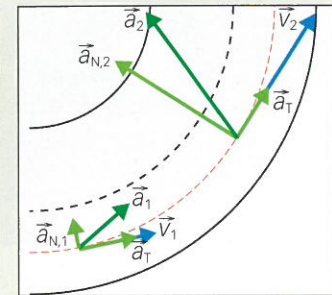
Bihurgunean \vec{a}_N eta \vec{v} elkarzutak dira.

$$a_T = 0$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_N$$

D. Bihurgune bat egitea, abiaduraren norabidea eta modulua aldatuz (kasu honetan, azeleratuz)



Kasu honetan, azelerazioa bi osagaien batura da.

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N$$

$$a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$$



8.25. irudia. Txirrindulariaren higidura ez da berdin deskribatzen txirristan behera goazela, higidura azeleratuarekin, edo errepidearen ondoan dagoen eserleku batean eserita gaudela, pausagunean.

BA OTE DAKIZIU?

Bi astoren arteko oposizioa eta konjuntzioa

Behatzailea dagoen lekutik, Lurretik, astroak burua biratu gabe eta begi-kolpe bakarrean ikus baditzakegu, **konjuntzioan** daudela diogu. Horrek ez du esan nahi gertu daudenik, elkarrengandik hurbil dauden ikusmen-lerroetan daudela baizik.

Behatzailea dagoen lekutik astro bat ikusten badugu, eta bestea ikusteko burua kontrako aldera biratu behar badugu, **oposizioan** dauden esaten dugu.



Marteren eta Eguzkiaren konjuntzio-eta oposizio-taula:

| Oposizioa | Konjuntzioa |
|--------------------|--------------------|
| 2016ko maiatzak 22 | 2017ko uztailak 27 |
| 2018ko uztailak 27 | 2019ko irailak 2 |
| 2020ko urriak 14 | 2021eko urriak 8 |

4.3. Azelerazioa eta erreferentzia-sistema

Azelerazioaren eraginpeko behatzaile batek eta geldirik dagoen behatzaile batek ez dute objektuen higidura berdin hautematen (► 8.25. irudia). **Geldirik dagoen behatzaileak** ikusi du \vec{a}_{obj} azelerazioa daramala, bai eta higitzen ari den behatzailea \vec{a}_{er} azelerazioarekin txirrist egiten ari dela ere. **Higitzen ari den behatzaileak**, aldiz, txirrindulariak \vec{a}_{erl} azelerazioa daramala ikusi du. Hala ere, txirrindulariaren higidura bakarra da.

Hau da hiru azelerazio horien arteko erlazioa:

$$\vec{a}_{erl} = \vec{a}_{obj} - \vec{a}_{er}$$

Bi motatako erreferentzia-sistemak bereizten dira:

- **Erreferentzia-sistema inertziala**, $\vec{a}_{er} = \vec{0}$ duena. Gerta likete edo ez, bi behatzaileen artean higidura egotea; higidura egonez gero, abiadurak konstantea izan behar du. Kasu horretan, $\vec{a}_{erl} = \vec{a}_{obj}$.
- **Erreferentzia-sistema ez-inertziala**, $\vec{a}_{er} \neq \vec{0}$ duena. Bi behatzaileen artean higidura badago eta higidura hori azeleratua bada.

Lurra da gure ohiko erreferentzia-sistema inertziala, baina bere ardatzaren inguruan biratzen denez, azelerazio zentripetua du. Hurbil dauden objektuek lurrazalean duten higidura aztertzean, ez dugu azelerazio hori kontuan hartzen, objektu guztiek baitute azelerazio hori. Lurrazaletik urrun dauden objektuen higidura aztertzean, ordea, ezin dugu alde batera utzi.

ADIBIDE EBATZIAK

- 9** Igogailu bat goranzko $0,2 \text{ m/s}^2$ -ko azelerazioarekin igotzen ari da. Grabitatearen ondorioz, objektu bat erori da $9,8 \text{ m/s}^2$ -ko azelerazioarekin. Igogailuan dagoen behatzailearentzat zenbateko azelerazioa du objektu horrek?

Bektoreak zehaztuko ditugu: $\vec{a}_{sis} = +0,2 \vec{j} \text{ m/s}^2$; $\vec{a}_{obj} = -9,8 \vec{j} \text{ m/s}^2$.

$$\vec{a}_{erl} = \vec{a}_{obj} - \vec{a}_{er} = (-9,8 \vec{j} \text{ m/s}^2) - (+0,2 \vec{j} \text{ m/s}^2) = -10 \vec{j} \text{ m/s}^2$$

Azeleratutako igogailuan doan behatzaileak lurlean geldirik dagoen batek baino azelerazio handiagoa hautematen du erortzen ari den objektuan.

- 10** Behatzaile batek $3,5 \text{ m/s}$ -ko abiadura eta 7 m -ko erradioa duen zaldiko-maldiko batetik, grabitatearen ondorioz $9,8 \text{ m/s}^2$ -ko azelerazioarekin erortzen ari den objektu bat ikusi du. Zenbateko azelerazioa du objektu horrek behatzailearentzat?

Diharduten bektoreak: $\vec{a}_{er} = v^2/R \vec{i} = (3,5 \text{ m/s})^2/7 \vec{i} = 1,75 \vec{i} \text{ m/s}^2$;
 $\vec{a}_{obj} = -9,8 \vec{j} \text{ m/s}^2$. Zehaztutako erlazioa aplikatuz:

$$\vec{a}_{erl} = (-9,8 \vec{j} \text{ m/s}^2) - (+1,75 \vec{i} \text{ m/s}^2) = -1,75 \vec{i} \text{ m/s}^2 - 9,8 \vec{j} \text{ m/s}^2$$

JARDUERA

- 13.** Eguzkia, Lurra eta Marte lerrokatuta egon daitezke. Lurra Marteren eta Eguzkiaren artean egoteari, oposizio deritzo; eta Eguzkia Marteren eta Lurraren artean egoteari, konjuntzio. Kalkulatu Marteren azelerazio erlatiboaren modulua Lurrean dagoen behatzaile batentzat:

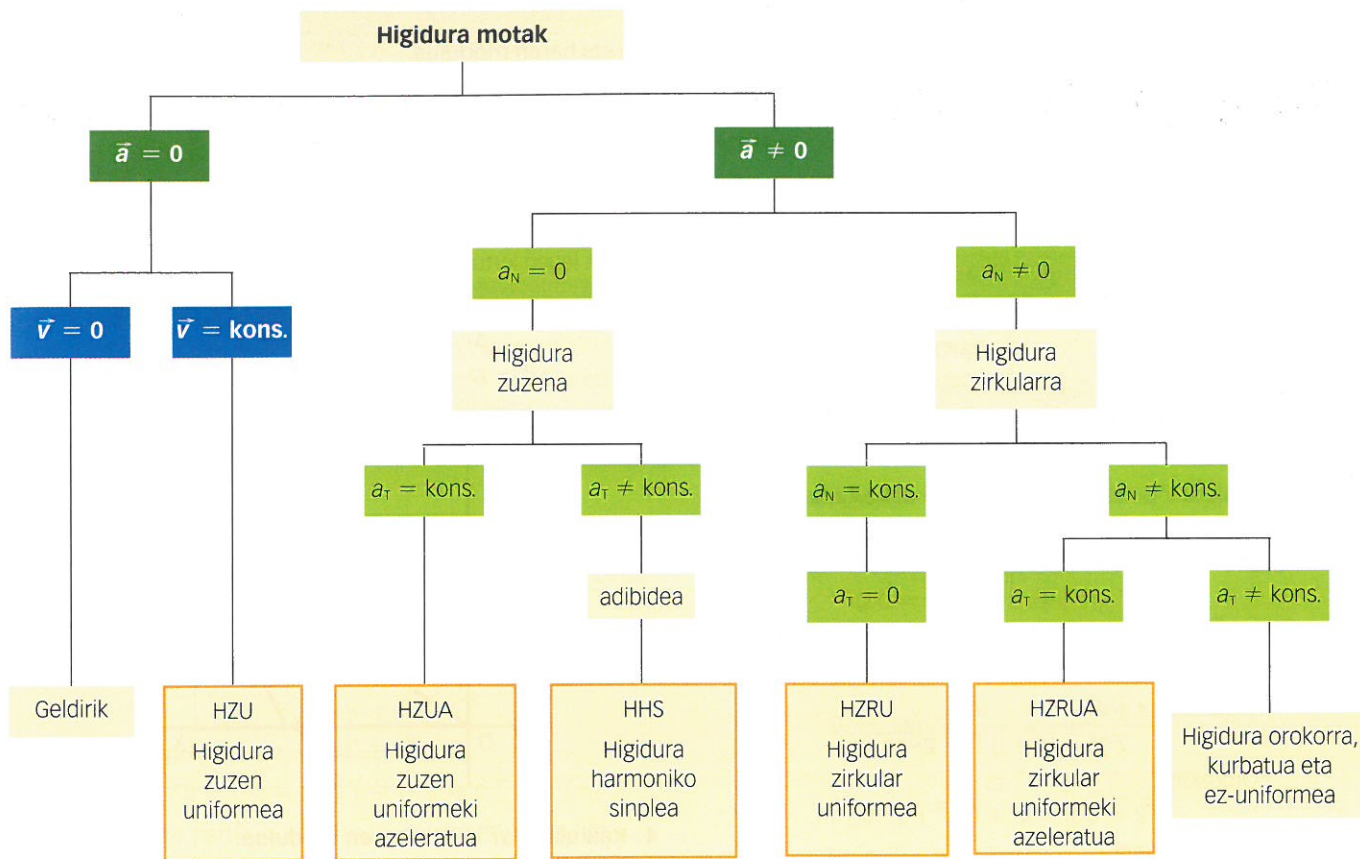
a) Oposizioan. b) Konjuntzioan.

Datuak: translazioaldiak: $T_{Marte} = 687$ egun, $T_{Lurra} = 365,25$ egun;
 Orbita-erradioak: $r_{Marte} = 2,3 \cdot 10^8 \text{ km}$, $r_{Lurra} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$.

Emaitza: a) $3,36 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$; b) $8,52 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2$

4.4. Higiduren sailkapena azelerazioaren arabera

Higidurak azelerazioaren arabera sailkatuz gero, errazagoa gertatzen da identifikatzea. Hurrengo gaien landuko ditugunak nabarmenduta daude:



Abiadurari eta azelerazioari erreparatuz gero, hainbat higidura mota sailka ditzakegu:

- HZU → $\begin{cases} v = \text{kons.} \\ \vec{a} = 0 \end{cases}$
- HZUA → $\begin{cases} a_N = 0 \\ a_T = \text{kons.} \end{cases}$
- HHS → $\begin{cases} a_N = 0 \\ a_T \neq \text{kons.} \end{cases}$
- HZRU → $\begin{cases} a_N = \text{konstantea} \neq 0 \\ a_T = 0 \end{cases}$
- HZRUA → $\begin{cases} a_N \neq 0 \\ a_T = \text{konstantea} \end{cases}$

JARDUERAK

14. Egokitu 4.2. ataleko «Azelerazioa hainbat egoeratan» koadroko D puntuko irudia honako kasu honetara: bihurtune bera hartzen da, baina balaztatuta.

15. Sailkatu higidura hauek aurreko higidura kategoriak kontuan hartuta:
- Ikasle batek atletismo pistan zazpi bira eman ditu, abiadura konstantean.
 - Beste ikasle batek 100 m-ko lasterketan parte hartu du.

- Satelite artifizial bat Lurraren inguruan biraka ari da. Orbita zirkular perfektua egiten du eta 11 orduz behin bira bat ematen du.
- Langile bat trenez joaten da egunero (lanegunetan) lanera. 30 minutu behar ditu 35 km egiteko.
- Autobus bat autopistako zati zuzen batean doa, 90 km/h-ko abiaduran.
- Garbigailu baten danborreko puntu baten higidura, zentrifugatzen hasten denean.