

HZU/HZUA/HZRU KONTROLAREN ARIKETAK

1.- Bi lagun zaldiko-maldikora igo dira. Karlos erdigunetik 5 m-ra dagoen elefantearen gainean eseri da eta Andonik erdigunetik 3,5 m-ra dagoen suhiltzaile-autoa aukeratu du, biek behar izan dituzte 4 min 10 bira betetzeko.

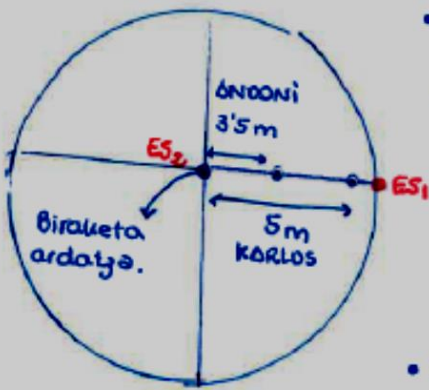
a) Abiadura lineal berberaz higitu dira? Eta angeluarra? Arrazoitu eta bakoitzarenak kalkulatu.

c) Karlosen higiduraren maiztasuna eta periodoa.

d) Zenbat angelu biratu du Andonik 10 s-an?.

e) Zer distantzia lineala (arkua) egin du Karlosek 5s-an?.

1.- DATUAK :



• 4 min 10 bira (bick)

a) Abiadura lineala $v = \omega \cdot R$, erradioaren menpe dago. Biek erradios desberdina denez, abiadura lineala ere desberdina izango da, abiadura angeluarra (ω); berriz, berdina izango da biek batera biratzen dutelako ardatz berdinarekiko.

• Abiadura angeluarren kalkulua :

$$\omega = \frac{10 \text{ bira}}{4 \text{ min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ bira}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 0.26 \text{ rad/s} \rightarrow \text{kta HZRU delako eta berdina biezgat.}$$

• Abiadura linealak : $v_k = \omega \cdot R_k = 0.26 \cdot 5 = 1.31 \text{ m/s}$
 $v_\Delta = \omega \cdot R_\Delta = 0.26 \cdot 3.5 = 0.92 \text{ m/s}$ > Desberdinak dira, erradioengatik.

b) $R_k = 5 \text{ m} \Rightarrow$ Periodoa $T = \frac{2\pi \text{ rad}}{\omega} = \frac{2\pi \text{ rad}}{0.26 \text{ rad/s}} = 24.175$ • Bira bat emateko tardatu duen denbora.

Maiztasuna $\Rightarrow \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{24.175} = 0.04 \text{ s}^{-1} = 0.04 \text{ Hz}$ • Segundu batean emandako bira kopurua.

c) $R_\Delta = 3.5 \text{ m}$
 $\Delta t = 10 \text{ s}$
 $\Delta \theta ?$

Biraturako angelua : $\Delta \theta = \omega \cdot \Delta t = 0.26 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 10 \text{ s} = 2.6 \text{ rad}$

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \text{ (ES}_2\text{)}$$



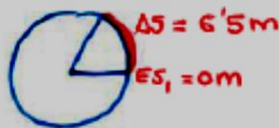
• 10s-tan biraturako angelua

d) $R_k = 5 \text{ m}$
 $\Delta t = 5 \text{ s}$
 $\Delta s ?$

Egindako arkua : $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta s_k = v_k \cdot \Delta t = 1.3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} = 6.5 \text{ m}$

(ES₁)

• Karlosek egindako arkua 5s-tan, zirkunferentziaren erdizetik.



2.- Bi higikari A eta B bata bestetik 2km-ra daude eta aldi berean abiatu dira norabide eta noranzko berean, biak higidura uniformeki azeleratuaz. B autoa da motelena eta bere azelerazioa $0,32\text{cm/s}^2$ -koa da. Kontuan izanik A-k B harrapatzen duela B-ren abiapuntutik $3,025\text{km}$ -ko distantziara, kalkulatu:

- Elkar harrapatzeko beharko duten denbora.
- A-ren azelerazioa.
- Elkar topo egiten duten unean, bakoitzak duen abiadura.

0m (ES) \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow 3025m (TOPAKETA)

$t_0 = 0\text{s}$
 $x_0 = 0\text{m}$
 $a = ?$
 $v_0 = 0$

2 km

$t_0 = 0\text{s}$
 $x_0 = 2000\text{m}$
 $a = 0,32\text{cm/s}^2 = +3,2 \cdot 10^{-3}\text{m/s}^2$
 $v_0 = 0$

• Bientzat higidura mota HZUA da $\Rightarrow a_A = k t_A$
 $a_B = k t_B$

$x_T = 2000 + 3025 = 5025\text{m}$
 Topaketaren posizioa ES-kiko.

a) $t_{\text{TOPAKETA}}?$
 HZUA-rekin mugitzen direnez bakoitzaren x ik ekiazioa idatziko dugu

$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a (t - t_0)^2$

(A) $x_A = \frac{1}{2} a t_A^2$
 (B) $x_B = 2000 + \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 10^{-3} t_B^2$

Topaketan $x_A = x_B = x_T = 5025\text{m}$
 $t_A = t_B = t_T$

• B-ren ekwazioatik $\rightarrow 5025 = 2000 + 16 \cdot 10^{-3} t_T^2 \Rightarrow t_T = \sqrt{\frac{3025}{16 \cdot 10^{-3}}} = 1375\text{s}$
 Topo puntuan aldiunea.

b) $a_A?$ \rightarrow A-ren ekwazioatik: $x_T = \frac{1}{2} a t_T^2 \Rightarrow 5025 = \frac{1}{2} a \cdot 1375^2 \Rightarrow a = \frac{2 \cdot 5025}{(1375)^2} = 5,32 \cdot 10^{-3}\text{m/s}^2$

• A-ren azelerazioa konstantea denez topaketan ere berdina izango da, horregatik kalkula dezakegu topaketaren posizioa eta aldiunearik.

c) v_{A_T} eta v_{B_T} ?
 HZUA: $v = v_0 + a t$
 $t_T = 1375\text{s}$

$v_A = 5,32 \cdot 10^{-3} \cdot 1375 = 7,31\text{ m/s}$
 $v_B = 3,2 \cdot 10^{-3} \cdot 1375 = 4,4\text{ m/s}$

Topaketaren aldiunean $t = 1375\text{s}$, abiadura kalkulatuko dugu.

\downarrow
 motelago da.

3.-Puntu material batek 2m-ko erradioa duen ibilbide zirkular bat betetzen du, 60 bira minutuko abiaduraz. Kalkulatu:

- Periodoa.
- Abiadura lineala.
- Azelerazio normal.
- Egindako arkua eta deskribatutako angelua abiatu eta 10 s-an.

$$R = 2\text{m} / 60 \frac{\text{bira}}{\text{minutu.}}$$

$$\text{HERRU} \Rightarrow \omega = \text{kta.} \Rightarrow \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

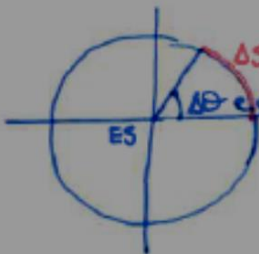
a) $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi \text{rad}}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \text{rad}}{\omega} = \frac{2\pi \text{rad}}{6.28 \text{ rad/s}} \approx \boxed{15}$ Bira bat emateko tardatu duen denbora.

$\omega = 60 \frac{\text{bira}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{rad}}{1 \text{bira}} \cdot \frac{1 \text{min}}{60 \text{s}} = 6.28 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ Abiadura angeluarra

b) $v = \omega \cdot R = 6.28 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 2\text{m} = \boxed{12.56 \text{m/s}}$ Abiadura lineala

c) $a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{(12.56)^2}{2} = \boxed{78.88 \text{m/s}^2}$ Azelerazio normala

d) $t = 10 \text{s}$



• Arkua: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t = 12.56 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10 \text{s} = \boxed{\Delta s = 125.6 \text{m}}$

• HERRU-duceg
- $v = \text{kta.}$
- $\omega = \text{kta.}$

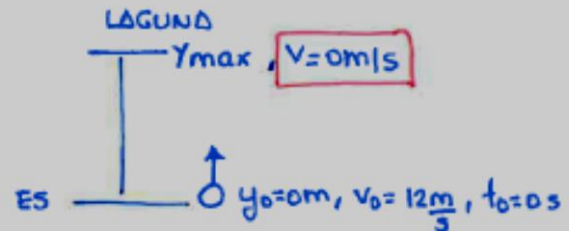
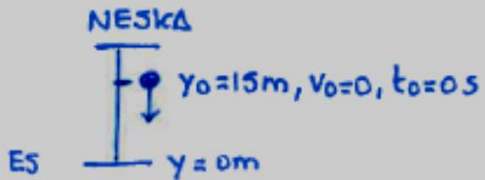
zirkunferentziaren ertzetik egindako arkua 10 s-tan

• Angelua: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\theta = \omega \cdot \Delta t = 6.28 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 10 \text{s} = \boxed{\Delta\theta = 62.8 \text{rad}}$

Biratuako angelua 10s-tan.

4.- Kaletik 15m-ra dagoen leiho batetik, neska batek pilota erortzen utzi du. Kanean dagoen bere lagunak, batera, beste pilota bat jaurtitzen du gorantz 12m/s abiaduraz. Bilatu:

- Lagunaren pilotak lortzen duen altuera maximoa.
- Non dago lagunaren pilota neskaren pilota lurrera iristen den unean?
- Neskaren pilotaren abiadura lurrera iristen den unean?



a) $y_{\text{maximoan}} \Rightarrow v = 0\text{m/s}$. \Rightarrow HAZUA denez y/t ekuazioa laguna pilotarentzat:

$$y_{\text{max}} = \underbrace{y_0}_0 + \underbrace{v_0 t}_{t?} - 4'9 t^2 = 12t - 4'9 t^2 = 12 \cdot 1'22 - 4'9 (1'22)^2 \approx \boxed{7'35\text{m}}$$

Altuera maximoa

$$v = v_0 - 9'8t \Rightarrow 0 = 12 - 9'8t \Rightarrow t = 12/9'8 = \boxed{1'22\text{s}}$$

Tardatzen duen denbora altuera maximoa lortzeko

b) Lagunaren pilotaren altuera jakiteko, lehendabizi kalkulatu behar dugu:

• Neskaren pilotak zenbat tardatzen duen lurrera iritsi arte:

* Neskaren pilotaren y/t ekuazioa:

$$\text{Lurra} \Rightarrow \boxed{y = 0\text{m}} \Rightarrow y = y_0 + v_0 t - 4'9 t^2 \Rightarrow 0 = 15 - 4'9 t^2 \Rightarrow t = \sqrt{15/4'9} \approx \boxed{1'75\text{s}}$$

$y = 15 - 4'9 t^2$

• Denbora honekin kalkulatu dugu non egongo den lagunaren pilota:

$$y = 12t - 4'9 t^2 \xrightarrow{t=1'75\text{s}} \boxed{y} = 12 \cdot 1'75 - 4'9 \cdot (1'75)^2 \approx \boxed{6\text{m}}$$

6m luzeratik egongo da lagunaren pilota, neskaren pilota luzerara iritsi denean.

lagunaren-pilotaren y/t ekuazioa.

c) $v_{\text{Neska}} \rightarrow$ luzerara iritsi da $t = 1'75\text{s}$

$$\boxed{v} = \underbrace{v_0}_0 - 9'8t = -9'8 \cdot 1'75 = \boxed{-17'15\text{m/s}}$$

Neskaren-pilotaren v/t ekuazioa

Neskaren pilotaren abiadura lurrera iristen, negatiboa da adierazteko jaisten ari dela, hau da, hurbiltzen ari da ES-rantz.