

ZINEMATIKA ERREPASOKO ARIKETEN EBAZPENAK

1.- Higidura zuzen uniformean betetzen da:

a) $a_n = a_t = 0$ eta $a \neq 0$

b) $a_n \neq 0$ eta $a_t = 0$

c) $a_n = 0$ eta $a_t = k t$

d) $a_n = 0$ eta $a = 0$

[1] HZU :

d) $a_n = 0 \rightarrow$ ibilbidea zuzena delako

$a = 0 \rightarrow$ abiadura konstantea denez, ez du aldatzen ez modukoirik ez norabiderik beraz a_t ere 0 m/s^2 -koa da.

Beraz, $\vec{a} = \underset{0}{a_t} \cdot \underset{0}{\vec{u}_t} + \underset{0}{a_n} \cdot \vec{u}_n = 0$

2.- Gorputz bat gorantz jaurtitzen da 20 m/s -ko abiaduran. Hartuko duen altuera maximoa izango da:

a) $20,4 \text{ m}$

b) $10,2 \text{ m}$

c) $1,02 \text{ m}$

d) $40,8 \text{ m}$

[2] $h_{\max}, v = 0 \text{ m/s}, t$

y_{\max}

[ES] $v_0 = 20 \text{ m/s}, y_0 = 0 \text{ m}, t_0 = 0 \text{ s}$

$$y = y_0^0 + v_0(t-t_0)^0 - 4'9(t-t_0)^2 \rightarrow y = \overset{20 \text{ m/s}}{v_0} t - \underset{\text{kalkulatuko behar dugu.}}{4'9} t^2$$

$$v = v_0 - 9'8(t-t_0)^0 \rightarrow v = v_0 - 9'8 t$$

• Altuera maximoan $v_t = 0$, baldintza honekin kalkulatuko dugu zenbat denbora tardatzen duen higikariak altuera maximoa iristeko:

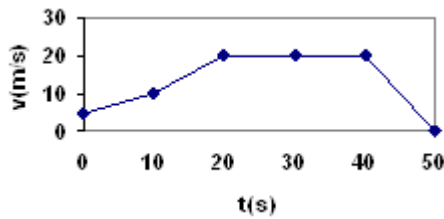
$$v_y = 0 \rightarrow 0 = v_0 - 9'8 \cdot t \rightarrow 0 = 20 - 9'8 t \rightarrow \boxed{t = \frac{20}{9'8} = 2 \text{ s}}$$

$$\rightarrow \text{altuera maximoa} \rightarrow \boxed{y_{\max} = v_0 t - 4'9 t^2 = 20 \cdot 2 - 4'9 \cdot 2^2 = 20,4 \text{ m}}$$

Beraz, a) aukera izango da.

ZINEMATIKA ERREPASOKO ARIKETEN EBAZPENAK

3.- Abiadura-denbora grafiko honetan ibilgailu baten higidura deskribatzen da.



Esan zein diren tarte bakoitzean:

- a) Higidura mota.
- b) Azelerazioa.
- c) Ibilutako distantzia.

ERREPASOKO DRILETAK : HIGIDURAK

$a = \frac{v - v_0}{t - t_0}$

	TARTEAK	HIGIDURA MOTA	AZELERAZIOA	DISTANTZIA
①	$v_0 = 5 \text{ m/s } t_0 = 0 \text{ s}$ $v = 10 \text{ m/s } t = 10 \text{ s}$ $\Delta t = 10 \text{ s}$	H2UA $a > 0 \quad v \uparrow$	$a = \frac{10 - 5}{10 - 0} = 0.5 \text{ m/s}^2$	$d = \Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$ $d = 5 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot 10^2 =$ 75m
②	$v_0 = 10 \text{ m/s } t_0 = 10 \text{ s}$ $v = 20 \text{ m/s } t = 20 \text{ s}$ $\Delta t = 10 \text{ s}$	H2UA $a > 0$	$a = \frac{20 - 10}{20 - 10} = 1 \text{ m/s}^2$	$d = \Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$ $d = 10 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^2 =$ 150m
③	$v_0 = 20 \text{ m/s } t_0 = 20 \text{ s}$ $v = 20 \text{ m/s } t = 30 \text{ s}$ $\Delta t = 10 \text{ s}$	H2U $v = kta$	$a = 0$	$d = \Delta x = v \cdot \Delta t$ $d = 20 \cdot 10 =$ 200m
④	$v_0 = 20 \text{ m/s } t_0 = 30 \text{ s}$ $v = 20 \text{ m/s } t = 40 \text{ s}$ $\Delta t = 10 \text{ s}$	H2U $v = kta$	$a = 0$	$d = \Delta x = v \cdot \Delta t$ $d = 20 \cdot 10 =$ 200m
⑤	$v_0 = 20 \text{ m/s } t_0 = 40 \text{ s}$ $v = 0 \text{ m/s } t = 50 \text{ s}$ $\Delta t = 10 \text{ s}$	H2UA $a < 0 \quad v \downarrow$	$a = \frac{0 - 20}{50 - 40} = -2 \text{ m/s}^2$	$d = \Delta x = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} a \Delta t^2$ $d = 20 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^2 =$ $= 200 - 100 =$ 100m

• Egindako distantzia totala: $d_T = d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5$
 $d_T = 75 + 150 + 200 + 200 + 100 =$ **725m**

ZINEMATIKA ERREPASOKO ARIKETEN EBAZPENAK

4.- Mikelek liburua bat erortzen uzten du 20m-ko altuera duen etxe baten goialdetik eta une berean 10m-ko altueran dagoen leihotik Itsasok harri bat botatzen du bertikalki eta goraka 6m/s-ko abiaduraz. Kalkula ezazu:

- a) Non eta noiz elkartuko diren liburua eta harria.
- b) Zein abiaduraz iristen den liburua lurrera.
- c) Zenbat denbora behar duen harriak lurrera iristeko.

Er. 6,39m / 1,67s / 19,8m/s (beherantz) / 2,17s

Mikel (liburua) $t_0 = 0s$ $h_0 = 20m$ $v_0 = 0m/s$ (1)

Itsaso (harria) $h_0 = 10m$ $t_0 = 0s$ $v_0 = 6m/s$ (2)

Topaketan $h_1 = h_2 = h$ eta $t_1 = t_2 = t$

ES \downarrow \uparrow $0m$

a) Non eta noiz (6,39m / 1,67s) b) Liburua lurrera $19,8m/s \downarrow$ c) t lurrera iristeko Harria 2,17s

a) Liburua (1)

Higiduraren ekuazioa

$$y_1 = y_0 + v_0 t - 4,9 t^2$$

$$y_1 = 20 - 4,9 t^2$$

Harria (2)

Higiduraren ekuazioa

$$y_2 = y_0 + v_0 t - 4,9 t^2$$

$$y_2 = 10 + 6t - 4,9 t^2$$

Topaketan $y_1 = y_2 = y$ $t_1 = t_2 = t$ \rightarrow $y = 20 - 4,9 t^2$
 $y = 10 + 6t - 4,9 t^2$

$$20 - 4,9 t^2 = 10 + 6t - 4,9 t^2 \Rightarrow 20 - 10 = 6t \Rightarrow 10 = 6t \Rightarrow \boxed{t = \frac{10}{6} = 1,67s}$$

$t = 1,67s \rightarrow$ zein aldian etan egin dute topo.

• $y = 20 - 4,9 \cdot 1,67^2 = \boxed{6,39m}$ Altuera honetan luzorutik topo egingo dute.

b) Liburua lurrera iristeko:

$v_0 = 0m/s$ $y_0 = 20m$ $t_0 = 0s$

ES \downarrow $v?$ $y = 0m$ $t?$

$$v = v_0 - 9,8(t - t_0)$$

$$v = -9,8 \cdot t = -9,8 \cdot 2,02 = \boxed{-19,8m/s}$$

\uparrow jaisten ari delako.

$$y = 20 - 4,9 t^2$$

$$0 = 20 - 4,9 t^2 \rightarrow \boxed{t = \sqrt{20/4,9} = 2,02s}$$

c) Zenbat tardatuko du harriak lurrera iritsi arte:

ES \downarrow $y_0 = 10m$ $t_0 = 0s$ $v_0 = 6m/s$

$y = 0m$ $t?$ $v?$

$$y = 10 + 6t - 4,9 t^2$$

$$0 = 10 + 6t - 4,9 t^2 \rightarrow 4,9 t^2 - 6t - 10 = 0$$

$$t = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 4,9 \cdot (-10)}}{2 \cdot 4,9} = \frac{6 \pm \sqrt{36 + 1960}}{9,8} = \frac{6 \pm 15,23}{9,8} \rightarrow \boxed{t_1 = 2,17s}$$

$t_2 = \ominus$

$t = 2,17s$ tardatuko du harriak lurrera iritsi arte.

3

ZINEMATIKA ERREPASOKO ARIKETEN EBAZPENAK

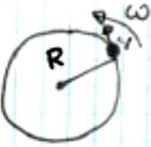
5.- Zaldiko-maldiko batek 6 bira/min-an biratzen ari da. Erradioa 3 m-koa bada, kalkulatu:

- Kobratzailearen abiadura lineal eta angeluarra periferiako puntu batean badago.
- Zentrotik 2 m-tara dagoen ume baten abiadura lineala eta angeluarra.
- Bi segundotan egingo duten angelua.

Er. $\pi/5 \text{ rad/s}$ // $1,89 \cdot \text{m/s}$ // $\pi/5 \text{ rad/s}$ // $1,26 \text{ m/s}$ // $2\pi/5 \text{ rad}$

$$\omega = 6 \frac{\text{bira}}{\text{min}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ bira}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 0,2\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \frac{\pi}{5} \text{ rad/s} = 0,63 \text{ rad/s}$$

$R = 3 \text{ m}$

a)  $R = 3 \text{ m}$ (kobratzailean) $\rightarrow V = \omega \cdot R = 0,63 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 3 \text{ m} = 1,9 \text{ m/s}$
 $\omega = 0,63 \text{ rad/s}$

b) $R = 2 \text{ m}$ $V?$ $\rightarrow V = \omega \cdot R = 0,63 \text{ rad/s} \cdot 2 \text{ m} = 1,26 \text{ m/s}$
 $\omega?$ \rightarrow abiadura angeluarra konstantea denez $\omega = 0,63 \text{ rad/s}$

c) $\theta(2\text{s})?$ $\theta = \theta_0 + \omega(t - t_0) \rightarrow H2RU$
 $\theta = 0,63 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 2 \text{ s} = 1,26 \text{ rad} \quad (2\pi/5 \text{ rad})$

ZINEMATIKA ERREPASOKO ARIKETEN EBAZPENAK

- 6.- Jaurtiki bat 150 m-ko altuerako itsaslabar baten goialdetik jaurtiki da, hasierako abiadura 400 m/s izanik eta hasierako inklinazio-angelua 30° . Determina itzazu:
- hasierako abiaduraren osagaiak. ($v_{0x}=346,4 \text{ m/s}$; $v_{0y}=200 \text{ m/s}$)
 - lurrera heltzeko behar izan duen denbora. (41,5 s)
 - irispina. (14376 m)
 - altuera maximoa (2190,8 m)
 - azkeneko abiadura ($403,38 \text{ m/s}$; $\alpha = 30,82^\circ$)

Datuak

$x_0 = 0 \text{ m}$; $y_0 = 150 \text{ m}$; $t_0 = 0 \text{ s}$
 $v_0 = 400 \text{ m/s}$ $\alpha = 30^\circ$

- X ardatzean H2U: $x = x_0 + v_{0x} \cdot t$
- Y ardatzean H2U: $y = y_0 + v_{0y} t - \frac{g}{2} t^2$
- $v = v_{0y} - g \cdot t$

OHARRA

 ARIKETA EGINDA DAGO
 $g = 10 \text{ m/s}^2$ hartuta
 $g = 9,8 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$

2) Hasierako abiaduren osagaiak:

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha = 400 \cdot \cos 30^\circ = 346,41 \text{ m/s}$$

$$v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha = 400 \cdot \sin 30^\circ = 200 \text{ m/s}$$

b) Lurrera iristean denbora: Lurra iristean puntua $(x, y) = (x_1, 0) \Rightarrow y = 0$

$$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = 150 + 200t - 5t^2 \Rightarrow 5t^2 - 200t - 150 = 0$$

$$t = \frac{200 \pm \sqrt{200^2 + 4 \cdot 5 \cdot 150}}{10} = \frac{200 \pm 207,4}{10} \Rightarrow t = 40,7 \text{ s}$$

c) Irispena \rightarrow Lurra iristean egin duen luzera X ardatzean

X ardatzean H2U deneg $\rightarrow x = x_0 + v_{0x} t = x_0 + v_{0x} \cdot t$

$v = kte \rightarrow v_0 = v_{0x}$

$$x = v_{0x} \cdot t = 346,41 \cdot 40,7 \text{ s} = 14111,5 \text{ m}$$

Lurra iristean denbora $t = 40,7 \text{ s}$

d) Altuera maximoa $\rightarrow y_{\text{maximoa}} \rightarrow v_y = 0$

$$v_y = v_{0y} - g t \Rightarrow 0 = v_{0y} - g t \Rightarrow t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{200}{10} = 20 \text{ s}$$

Tardatzen duen denbora altuera maximoa iritsi arte

$$y_{\text{max}} = y_0 + v_{0y} t - 5 t^2$$

$$y_{\text{max}} = 150 + 200 \cdot 20 - 5 \cdot 20^2 = 2150 \text{ m}$$

e) Abiadura lurra iristean

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

$$v_x = v_{0x} = 346,41$$

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t = 200 - 10 \cdot 40,7 = -198,6 \text{ m/s}$$

$$\vec{v} = 346,41 \vec{i} - 198,6 \vec{j} \rightarrow v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{346,41^2 + 198,6^2} = 399,4 \text{ m/s}$$

$$\theta = \text{tg}^{-1} \frac{v_y}{v_x} \rightarrow \theta = \text{arctg} \frac{-198,6}{346,41} = -29,86^\circ \approx -30^\circ$$

ZINEMATIKA ERREPASOKO ARIKETEN EBAZPENAK

7.- Helikoptero bat 500 m-ko altueran eta 90 m/s-ko abiaduraz horizontalki hegan doalarik, janari poltsa bat erortzen utzi du bere azpian dagoen puntutik 1000 m-ra dauden naufragozentzat. Naufragoen eskuetara eroriko al da poltsa? (naufragoek ez dute hartuko, 909 m)

PARABOLIKO HORIZONTALA

$y_0 = 500\text{m}$

$v_0 = v_{0x} = 90\text{m/s}$
 $v_{0y} = 0$

$x_0 = 0\text{m}$

$(x, 0)$

Naufragoak eskuetan poltsa hartzeko kokatuta egon behar du irispinean $(x, 0)$
 $\hookrightarrow x = 1000\text{m}$ bada hartuko du.
 Beraz, irispena kalkulatu behar dugu

- X ardatzean HZU $\Rightarrow X = v_0 \cdot t$
 \hookrightarrow irispinean $y = 0 \rightarrow$ "t" kalkulatuko dugu
- Y ardatzean HZU $\Rightarrow y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{g}{2} t^2$ ($g = 10\text{m/s}^2$ hartuta)
 $0 = 500 - 5t^2 \rightarrow t = \sqrt{500/5} = \boxed{10\text{s}}$

$X = v_{0x} \cdot t = 90 \cdot 10 = \boxed{900\text{m}}$ poltsa lumera iristean
 X ardatzeko lugea 900 m
 da, beraz Naufragoak 1000m-tara daagoenez ez du poltsarik hartuko