HIGIDURA PARABOLIKOA: ARIKETAK

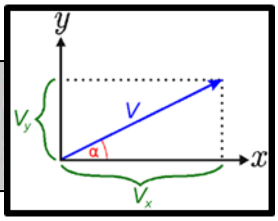
1.-Futbol-jokalari batek baloia aterantz jaurti du 17m/s.ko abiadurarekin eta 45°-ko horizontala duen jaurtiketa-angeluarekin. Kalkulatu:

a) Irismena eta altuera maximoa. (29,4m eta 7,37m)

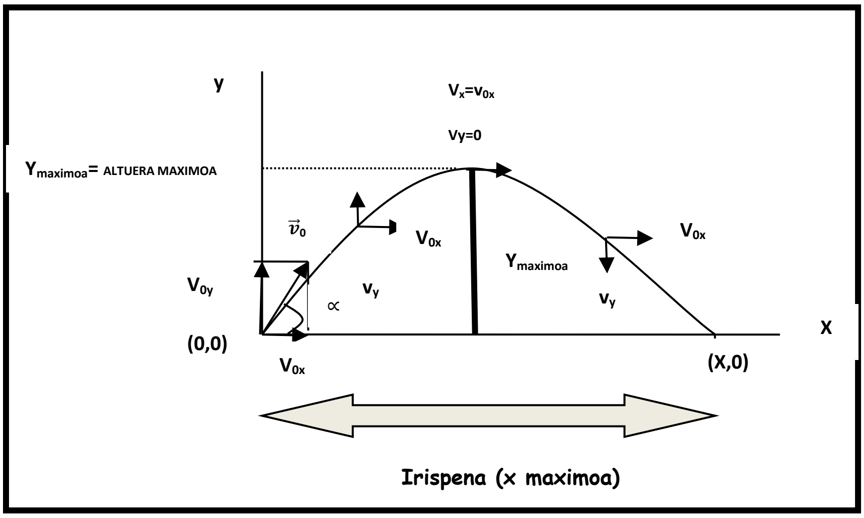
b) Zer aldiunetan lurrera iritsiko den (Hegada-denbora). (2,45s)

c) Zein izango den higikariaren posizioa eta abiadura bota eta 1s pasa ondoren.(1,4m/ 12,22m/s)

$$\left.\begin{array}{l} V_0 = 17\,m/s \\ \alpha = 45^\circ \end{array}\right\} \begin{array}{l} V_{0x} = V_0 \cdot \cos\alpha = 17 \cdot \cos 45 = 12{,}02\,m/s \\ V_{0y} = V_0 \operatorname{sen}\alpha = 17 \cdot \operatorname{sen} 45 = 12'02\,m/s. \end{array}$$



PARABOLIKO OBLIKUOA DA , HASIERAKO ABIADURAK ANGELU BAT OSATZEN DUELAKO X ARDATZAREKIKO.



a) Altuera Maximoa

$V_y = 0 \longrightarrow t$

$V_y = V_{0y} - 9'8t \Rightarrow 0 = 12'02 - 9'8t$

$\boxed{t} = 12'02/9'8 = \boxed{1'23\,s}$

- $y_{max} = \cancel{y_0}^{\,0} + V_{0y}t - 4'9t^2$

$\boxed{y_{max}} = 12'02 \cdot 1'23 - 4'9 \cdot 1'23^2 = \boxed{7{,}37\,m}$

Irispena

$y = 0 \longrightarrow t$

$y = \cancel{y_0}^{\,0} + V_{0y}t - 4'9t^2$

$0 = 12'02 \cdot t - 4'9t^2 = t\,(12'02 - 4'9t)$

$\boxed{t} = 12'02/4'9 = \boxed{2'45\,s}$

- $x = \cancel{x_0}^{\,0} + V_{0x}t$

$\boxed{x_{max}} = 12'02 \cdot 2'45 = \boxed{29'4\,m}$

c) $\bar{r}_{1s}$? $\vec{v}_{1s}$?

- $\bar{r}_1 = x_1\bar{i} + y_1\bar{j}$

HZU $\hookrightarrow x_1 = V_{0x} \cdot t \overset{t=1s}{=} 12'02\,\frac{m}{\cancel{s}} \cdot 1\cancel{s} = \boxed{12'02\,m}$

HZUA $\hookrightarrow y_1 = V_{0y}t - 4'9t^2 \overset{t=1s}{=} 12{,}02\,\frac{m}{\cancel{s}} \cdot 1\cancel{s} - 4'9\,\frac{m}{\cancel{s^2}} \cdot 1^2\,\cancel{s^2} = \boxed{7{,}12\,m}$

$\boxed{\bar{r}_1 = 12{,}02\,\bar{i} + 7{,}12\,\bar{j} \quad (m)}$ Posizio bektorearen balioa t=1s denean; $r = \sqrt{x^2+y^2} \Rightarrow r = \sqrt{12{,}02^2 + 7{,}12^2} = 13{,}97\,m \simeq \boxed{14\,m}$

• Posizio bektorearen moduloa

- $\vec{V}_1 = V_{x_1} \cdot \bar{i} + V_{y_1}\bar{j}$

Abiaduraren bektorea.

$V_{x_1} = V_{0x} = kta = \boxed{12{,}02\,m/s}$ HZU

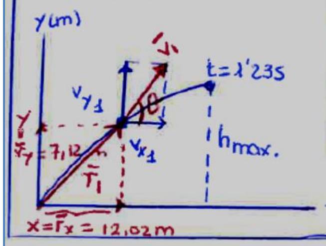
$V_{y_1} = V_{0y} - 9'8t \xrightarrow{t=1s} V_{y_1} = 12{,}02\,m/s - 9'8\,m/\cancel{s^2} \cdot 1\cancel{s} = \boxed{2{,}22\,m/s}$ ↑ Igotzen ari da.

HZUA

$\boxed{\vec{V}_1 = 12{,}02\,\bar{i} + 2'22\,\bar{j} \quad (m/s)} \rightarrow V_1 = \sqrt{12'02^2 + 2{,}22^2} = \boxed{12{,}22\,m/s}$

Abiaduraren moduloa.

$\boxed{\theta} = \operatorname{arctg} \frac{V_y}{V_{0x}} = \frac{2'22}{12{,}02} = \boxed{10'46^\circ} \rightarrow$ bektorearen inklinazioa.



HIGIDURA PARABOLIKOA: ARIKETAK

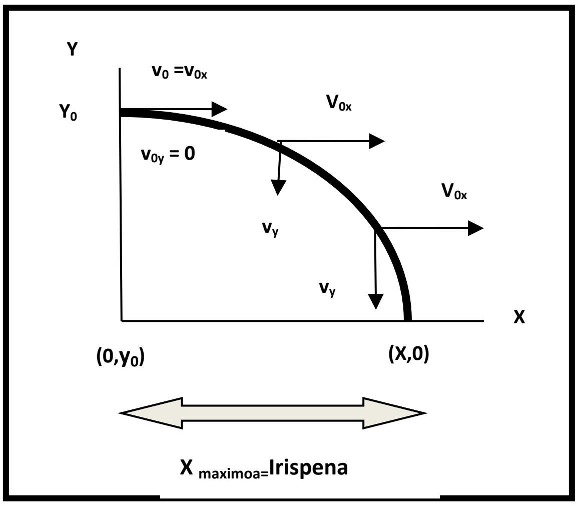
2.- Mahai baten gainean 0,5 m/s-ko abiaduran biraka ari den bola bat ertzera iritsi eta lurrera erori da . Mahaiak 80cm-ko altuera duela kontuan hartuta, kalkulatu:

a) Zenbat denbora behar izan duen lurrera iristeko.(0,4s)

b) Mahaiaren bertikaletik lurra ukitu duen punturaino bolak egindako distantzia horizontala.(0,2m)

c) Lurra ukitzean higikariaren posizioa eta abiadura.(0,2m ; 3,95m/s)

PARABOLIKO HORIZONTALA DA , HASIERAKO ABIADURAK EZ DUELAKO ,X ARDATZAREKIKO, ANGELU BAT OSATZEN .



$y_0 = 80cm = 0'8m$; $x_0 = 0$ Paraboliko horizontala

$V_{0x} = V_0 = 0'5 m/s$ $V_{0y} = 0$

a) "t" → Xmax

$y = 0 \rightarrow t$

$y = y_0 + \cancel{V_{0y}t} - 4'9t^2$

$0 = 0'8 - 4'9t^2 \Rightarrow \boxed{t} = \sqrt{0'8/4'9} = \boxed{0'4s}$

b). Xmax → $x = \cancel{x_0} + V_x t$

$\boxed{x} = V_{0x}\cdot t = 0'5\cdot 0'4 = \boxed{0'2m}$

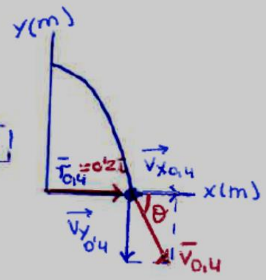
c) Lurra ukitzean puntua (x,0) da eta 0'4s da aldiunea.
↳ 0'2m.

- $\vec{r}_{0'4} = x_{0'4}\,\vec{i} + \cancel{y_{0'4}}\,\vec{j} = 0'2\vec{i}\,(m)$ => $r = 0'2m$ posizio bektorearen moduloa

- $\vec{v}_{0'4} = \vec{v}_{x_{0'4}}\,\vec{i} + V_{y_{0'4}}\,\vec{j} = 0'5\vec{i} + (-3,92)\vec{j}$ (m/s)
  kta (HZU)
  HZUA → $V_{y_{0'4}} = \cancel{V_{0y}} - 9'8t = -9'8\cdot 0'4 = -3,92\, m/s$

Abiaduraren moduloa: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{0'5^2 + 3'92^2} = \boxed{3,95\, m/s}$

Abiaduraren inklinazioa: $\theta = arctg\,\frac{-3'92}{0'5} = -82,73°$



HIGIDURA PARABOLIKOA: ARIKETAK

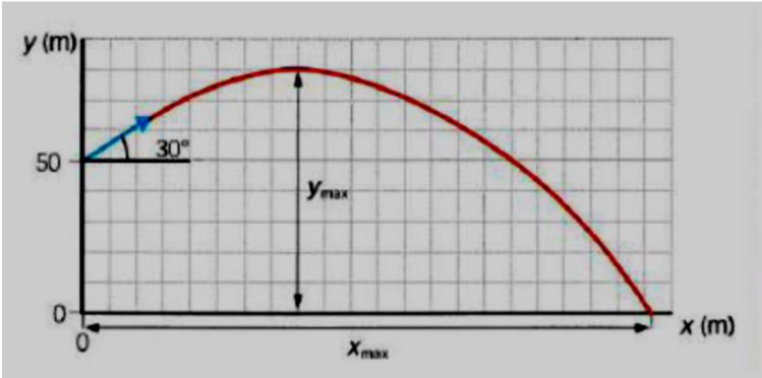
3.- Higikari bat bota dute 50m-ko altuera duen dorre batetik, horizontalarekin 30º-koangelua osatuz. Jaurtiketa abiadura 350m/s da. Kalkulatu:

a) Zenbat denbora behar duen lurrera iristeko.(36s)

b) Irismen maximoa.(10912m)

c) Altuera maximoa.(1612,5m)

PARABOLIKOOBLIKUOA DA, HASIERAKO ABIADURAK ANGELU BAT OSATZEN DUELAKO X ARDATZAREKIKO.



$x_0 = 0$ → x_{max}

$y_0 = 50m$

$\alpha = 30°$

$V_0 = 350 m/s$

$\left.\right\} \begin{array}{l} V_{0x} = V_0 \cdot \cos\alpha = 350 \cdot \cos 30 = 303{,}11 \, m/s \\ V_{0y} = V_0 \cdot \sin\alpha = 350 \cdot \sin 30 = 175 \, m/s. \end{array}$

a) "t" → x max

$y = 0$

$y = y_0 + V_{0y} t - 4'9 t^2$

$0 = 50 + 175t - 4'9t^2$

$4'9t^2 - 175t - 50 = 0$

$\boxed{t} = \dfrac{175 \pm \sqrt{175^2 - 4 \cdot 4'9(-50)}}{2 \cdot 4'9} = \dfrac{175 \pm 177{,}8}{9'8} \begin{cases} \boxed{36 s} \\ \varnothing \end{cases}$

b) X max

$x = \cancel{x_0} + V_{0x} \cdot t$

$\boxed{X} = 303{,}11 \cdot 36 = \boxed{10.912 \, m}$

c) y max

$y \, max \rightarrow V_y = 0 \rightarrow \underline{t}$

$V_y = V_{0y} - 9'8t$

$0 = 175 - 9'8t \Rightarrow \boxed{t} = 175/9'8 = \boxed{17'86 s}$

$y \, max = y_0 + V_{0y} t - 4'9 t^2$

$\boxed{y_m} = 50 + 175 \cdot 17'86 - 4'9 \cdot 17'86^2 =$

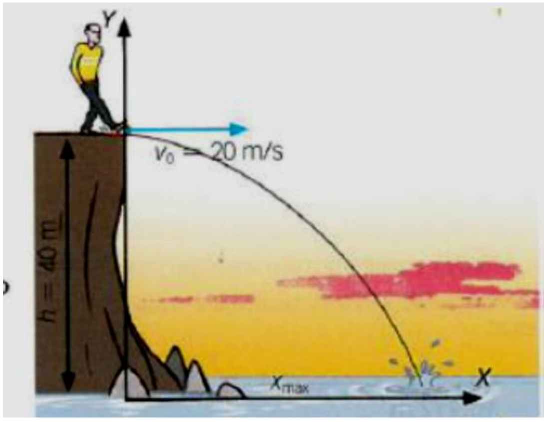
$= \boxed{1612{,}5 m}$

HIGIDURA PARABOLIKOA: ARIKETAK

4.-40 metroko altueran dagoen labar batetik harri bat jaurti dute horizontalki 20m/s-ko abiadurarekin.

a) Zenbat denbora behar duen lurrera iristeko. (2,86s)

b) Lurra ukitzean zer distantzia egin du labarraren oinetik?(57,1s).

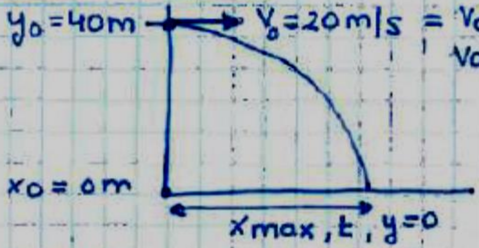


PARABOLIKO HORIZONTALA DA ,
HASIERAKO ABIADURAK EZ
DUELAKO
,X ARDATZAREKIKO,
ANGELU BAT OSATZEN .

$x = \cancel{x_0}^{0} + v_{0x}\, t$

$y = y_0 + \cancel{v_{0y} t}^{0} - 4'9t^2$

$v_y = \cancel{v_{0y}}^{0} - 9'8\, t$



a) "t" erortzeko.

$y=0 \longrightarrow t$

$0 = y_0 - 4'9t^2 = 40m - 4'9t^2$

$\boxed{t} = \sqrt{40/4'9} = \boxed{2'86\ s}$

b) Egindako distantzia (Xmax)

$\boxed{X_{max}} = V_{0x} \cdot t = 20 \cdot 2'86 = \boxed{57'1m}$

HIGIDURA PARABOLIKOA: ARIKETAK

5.- Futbol-jokalari batek baloia ostikatu eta jaurti egin da 54km/h-ko abiadurarekin . hasieran, 30º-ko angeluarekin abiatu da. Kalkulatu:

a) Irismena eta altuera maximoa.(19,5m;2,87m)

b) Ibilbidearen ekuazioa. (y=0,5x-0,029x^2).

c)Higikariaren posizioa eta abiadura abiatu eta 1,2 segundo pasa ondoren .

.

$V_0 = 54\ km/h \xrightarrow{DT} 15\ m/s$

$\alpha = 30^\circ$

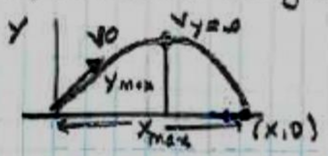
$x_0 = y_0 = 0\ m$

$V_{0x} = V_0 \cdot \cos\alpha = 15 \cdot \cos 30 = 13\ m/s$

$V_{0y} = V_0 \sin\alpha = 15 \cdot \sin 30 = 7'5\ m/s$

a) h_{max}, x_{max}

b) ibilbidearen ekuazioa



PARABOLIKO OBLIKUOA DA , HASIERAKO ABIADURAK ANGELU BAT OSATZEN DUELAKO X ARDATZAREKIKO.

ALTUERA MAXIMOA : $\boxed{V_y = 0}$ → "t" tardatzen duen denbora y_m iritsi arte.

$\boxed{Y: HZUA}$ $\quad y = y_0 + V_{0y}t - \frac{1}{2} g t^2$ $\quad \xrightarrow[V_y=0]{y_{max}}$ $\quad 0 = V_{0y} - 9'8t \Rightarrow t = V_{0y}/9'8 = \frac{7'5}{9'8} = \boxed{0'77s}$

$V_y = V_{0y} - gt$

$y_{max} = \cancel{y_0} + V_{0y}t - 4'9t^2 = 7'5 \cdot 0'77 - 4'9 \cdot 0'77^2 = \boxed{2'87m}$

IRISMENA : $\boxed{y=0}$ → "t" tardatzen duen denbora x_m-ra iritsi arte.

$\boxed{X: HZU}$ $\quad x = V_{0x}t + \cancel{x_0}$

$y = \cancel{y_0} + V_{0y}t - 4'9t^2 \Rightarrow 0 = 7'5 \cdot t - 4'9t^2 \Rightarrow t(7'5 - 4'9t) = 0$

$\boxed{t} = 7'5/4'9 = \boxed{1'5s}$

$x_{max} = V_{0x} \cdot t = 13 \cdot 1'5 = \boxed{19'5m}$

b) $y = 7'5t - 4'9t^2$

$x = 13t \Rightarrow t = x/13 \longrightarrow \boxed{y} = \frac{7'5}{13}x - 4'9\frac{x^2}{13^2} = \boxed{0'5x - 0'029x^2}$

HIGIDURA PARABOLIKOA: ARIKETAK

c) $\vec{r}_{t=1,2s} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j} = 15{,}6\,\vec{i} + 1{,}94\,\vec{j} \rightarrow r = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{15{,}6^2+1{,}94^2} = 15{,}72m$

HZUA: $y = \cancel{y_0} + V_{oy}t - 4{,}9t^2 = 7{,}5\cdot 1{,}2 - 4{,}9\cdot 1{,}2^2 = 1{,}94m$

HZU: $x = \cancel{x_0} + V_{ox}t = 13\cdot 1{,}2 = 15{,}6m$

t=1,2s→ $\vec{r} = 15{,}6\,\vec{i} + 1{,}94\,\vec{j}$ (m)

$|\vec{r}| = r = 15{,}72$ m

$\vec{V}_{t=1,2s} = V_x\,\vec{i} + V_y\,\vec{j} = 13\,\vec{i} - 4{,}26\,\vec{j}$ m/s

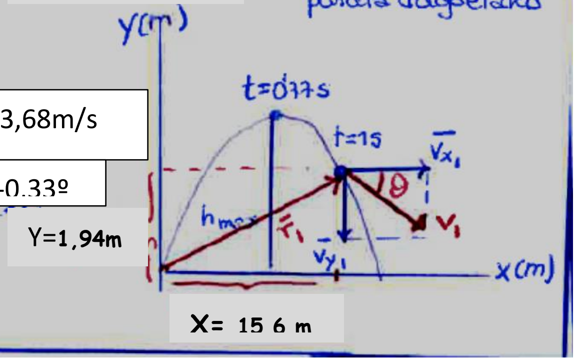
HZUA: $V_y = V_{oy} - gt = 7{,}5 - 9{,}8\cdot 1{,}2 = -4{,}26m/s$

HZU: $V_x = V_{ox} = kte = 13m/s$

→ Moduloa: $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{13^2 + 4{,}26^2} = 13{,}68m/s$

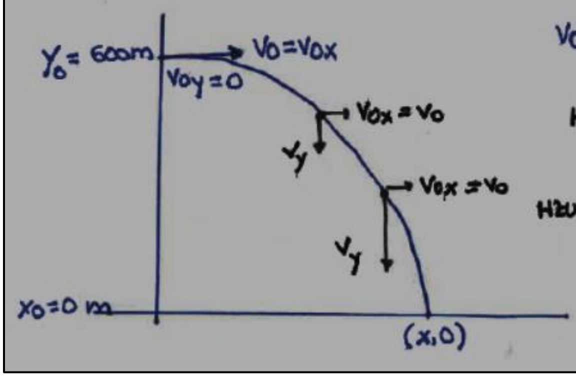
→ Inklinazioa: $\theta = arctg\frac{V_y}{V_x} = \frac{-4{,}26m/s}{13} = -0{,}33º$

Jaisten ari da altuera maximoa pasata dagoelako



6.- 600 m altueratik eta 900Km/h-ko abiadurarekin hegan egiten ari den abioi batetik, irla dagoen naufrago batentzako janari- poltsa bat bota nahi da. Zer distantzia horizontala naufragoarekiko egin behar du janari-poltsak naufragoak eskuan jasotzeko?. (2776,4m)

PARABOLIKO HORIZONTALA DA , HASIERAKO ABIADURAK EZ DUELAKO ,X ARDATZAREKIKO, ANGELU BAT OSATZEN .



$V_{ox} = V_o = 900\frac{km}{h} = 250m/s$

HZU: $x = \cancel{x_0} + V_{ox}\cdot t$

$\downarrow y=0$

HZUA: $y = y_0 + \cancel{V_{oy}t} - 4{,}9t^2$

$0 = 600 - 4{,}9t^2 \Rightarrow t = \sqrt{600/4{,}9} = \boxed{11 s}$

$x = 250\cdot 11 = \boxed{2776{,}4m\text{-tara}}$

AZKEN FINEAN , KALKULATU BEHAR DUGUNA DA IRISMENA. HIGIKARIAREN(janari-poltsa) EGINDAKO DISTANTZIA HORIZONTALA LUR ZORURA IRISTEAN ESKATZEN DUTELAKO.

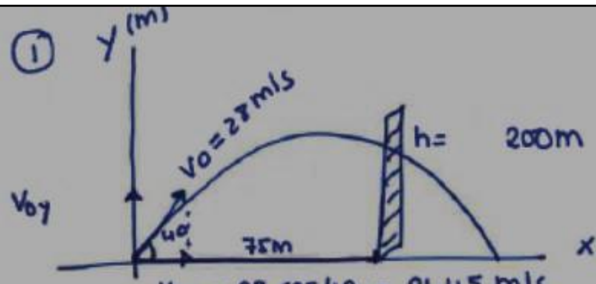
HIGIDURA PARABOLIKOA: ARIKETAK

7.-Ikasle batek ostiko bat eman dio lurrean dagoen baloi bati eta baloia 28m/s-ko eta 40º-ko angeluarekin abiatu da. Abiatu den puntutik 75 metrora harresi bat dago. Harresiren altuera 200m-koa bada demostratu ea pilota harresiaren gainean pasako den, bere kontra talka egingo duen edo lurzorura eroriko den harresira iritsi baino lehen. (*Harresiaren kontra*)

PARABOLIKO OBLIKUOA DA, HASIERAKO ABIADURAK ANGELU BAT OSATZEN DUELAKO X ARDATZAREKIKO.

Badakigu 75m-tara ES-kiko (horizontalki neurtuta: x ardatzean) harresi bat dagoela. Jakiteko baloiak zer egingo duen X=75m denean , kalkulatu behar dugu 75m hauei dagokien y kordenatua ,hau da , puntuaren altuera ibilbidean .Horrela kalkulatutako y:

- **y>harresiaren altuera (200m) baloia harresiaren gainean pasako da.**
- **y<harresiaren altuera (200m)baloia lurzorura eroriko den harresira iritsi baino lehen**
- **y=harresiaren altuera (200m) baloiak harresiren kontra talka egingo duen**



$V_{ox} = 28 \cdot \cos 40 = 21,45 \text{ m/s}$

$V_{oy} = 28 \cdot \sin 40 = 18 \text{ m/s}$

$x = 75\text{ m} \longrightarrow y?$

$x = \cancel{x_0}_{0} + V_{ox} \cdot t \longrightarrow t = \dfrac{x}{V_{ox}} = \dfrac{75\text{m}}{21'45 \text{m/s}} = \boxed{3'5 s}$

$t = 3'5 s$

$y = \cancel{y_0}_{0} + V_{oy} t - 4'9 t^2$

$\boxed{y} = 18 \cdot 3'5 - 4'9 \cdot 3'5^2 = \boxed{2'975 m} < h = 200 \text{ m}$ harresiaren kontra

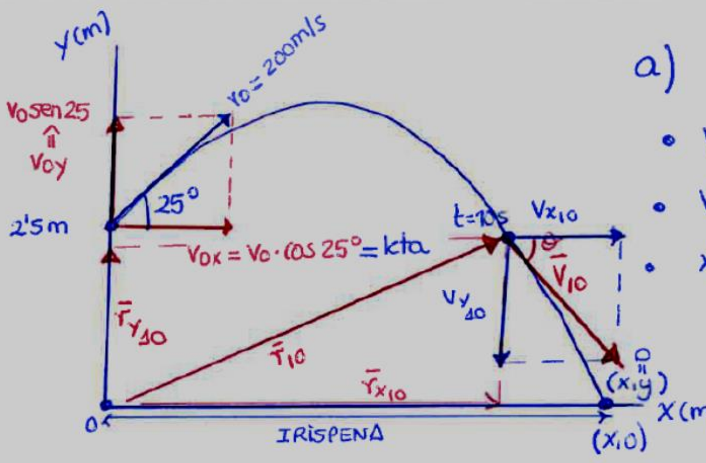
y Altuera kalkulatzeko, denbora behar dugunez X/t ekuazioarekin kalkulatuko dugu.Horrela, x=75m egiteko behar duen denbora kalkulatzen ari gara. t honekin eta Y/t ekuazioarekin kalkulatuko dugu puntuaren altuera, gero harresiaren altuerarekin, konparatzeko .

8- Jaurtiki bat 200 m/s-ko hasierako abiaduraz eta lurrarekiko 25°-ko inklinazioaz bidali da 2,5 m-ko altueratik. Kalkula itzazu:

a) t = 10 s aldiunean daukan posizioa eta daraman abiadura (modulua eta inklinazioa).(1847,56m/ 181,76m/s,-4,25°)

b) Irispena (3132,17m)

PARABOLIKO OBLIKUOA DA , HASIERAKO ABIADURAK ANGELU BAT OSATZEN DUELAKO X ARDATZAREKIKO.



a)

- $V_{0x} = V_0 \cos 25 = 200 \frac{m}{s} \cos 25 = 181{,}26 \frac{m}{s}$
- $V_{0y} = V_0 \sin 25 = 200 \frac{m}{s} \sin 25 = 84'52 m/s$
- $x_0 = 0$ / $y_0 = 2'5 m$

a) $\bar{r}_{10}$? $\bar{V}_{10}$?

- $\boxed{\bar{r}_{10}} = x_{10}\bar{i} + y_{10}\bar{j} = \boxed{1812{,}6\bar{i} + 357{,}7\bar{j} \ (m)}$

HZUA $\rightarrow y_{10} = y_0 + V_{0y}t - 4'9t^2 = 2'5 + 84'52\cdot 10 - 4'9\cdot 10^2 = \boxed{357{,}7 m}$

HZU $\rightarrow x_{10} = \cancel{x_0}^{0} + \underset{V_{0x} = kta}{V_{10}}\ t = 181{,}26\cdot 10 = \boxed{1812{,}6 m}$

- $r_{10} = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{1812{,}6^2 + 357{,}7^2} = \boxed{1847{,}56 m}$

- $\boxed{\vec{V}_{10}} = V_{x_{10}}\bar{i} + V_{y_{10}}\bar{j} = \boxed{181{,}26\bar{i} - 13{,}48\bar{j} \ (m/s)}$

HZUA $\rightarrow V_{y_{10}} = V_{0y} - 9'8\cdot t = 84'52 - 9'8\cdot 10 = \boxed{-13{,}48 m/s}$ Pasa da altuera maximoa

HZU $\rightarrow V_{x_{10}} = V_{0x} = kta = \boxed{181{,}26 m/s}$

- $V_{10} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{181{,}26^2 + 13{,}48^2} = \boxed{181'76 m/s}$

- Inklinazioa: $\theta = \text{arctg} \frac{V_y}{V_x} = \frac{-13{,}48}{181'26} = \boxed{-4'25°}$

b) IRISPENA $(x,0) \rightarrow$ Egindako distantzia horizontala lurra hartu arte.

- HZU $\Rightarrow \boxed{x} = \cancel{x_0}^{0} + V_{0x}t = 181'26\cdot 17{,}28 = \boxed{3132{,}17 m}$

HZUA $\rightarrow y=0 \Rightarrow y = y_0 + V_{0y}t - 4'9t^2 \Rightarrow 0 = 2'5 + 84'52t - 4'9t^2$

$4'9t^2 - 84{,}52t - 2'5 = 0 \Rightarrow t = \frac{84'52 \pm \sqrt{84'52^2 - 4\cdot 4'9\,(-2'5)}}{2\cdot 4'9} =$

$= \frac{84'52 \pm 84'8}{9'8}$ $t = 17{,}28 s$ / $\cancel{t = -0'029 s}$