Zientzia zure eskuetan

GPS sistema. Gaur egun, esparru askotan aplikatzen da zinematika. Esate baterako, **GPSa** *(Global Positioning System)* duten gailuak gai dira planetako zein lekutan gauden zehazteko eta zenbateko abiaduran higitzen ari garen zehatz esateko.

GPSak **24 satelite artifizialez** osatutako flota erabiltzen du. Satelite horiek Lurraren inguruan orbitatzen dute eta uneoro zein posiziotan dauden jakinarazten dute etengabe, irrati-seinaleen bitartez. GPS hargailuaren antenak seinale horiek jasotzen ditu eta, sateliteek bidalitako informazioari esker, hargailuaren posizio zehatza adierazten du.

Esate baterako, sistema horri esker hegazkinak ia itsu-itsuan aireratzen eta lurreratzen dira.

Gogoratu

Masa-zentroa

Gorputz baten masa-zentroa gorputz horren barnean edo gorputzetik kanpo egon daiteke. Forma erregularra duten gorputzetan, masa-zentroa bat dator zentro geometrikoarekin. Ferra baten kasuan, ordea, masa-zentroa gorputzetik kanpo dago.

1 Sarrera

Dena higitzen da! Kalean dabilen jendea, autoak, atomoak, galaxiak unibertsoan... Batzuetan higiduraren abiadura berdina izaten da beti; hala nola, soinuaren kasuan; beste batzuetan, ordea, gorputzek azeleratu eta balaztatu egiten dute, esaterako autoek. Gorputz batzuk zuzen higitzen dira (hutsean edo ingurune homogeneo batean); beste batzuek, aldiz, etengabe aldatzen dute haien norabidea; adibidez, enarek. Batzuk oso azkar higitzen dira; hala nola, tximistak, eta beste batzuk mantso, esaterako dortokak.

Zinematika higiduraren ikerketaz arduratzen den fisikaren zatia da, eta ez du kontuan hartzen higidura zerk eragiten duen.

1.1. Puntu materiala

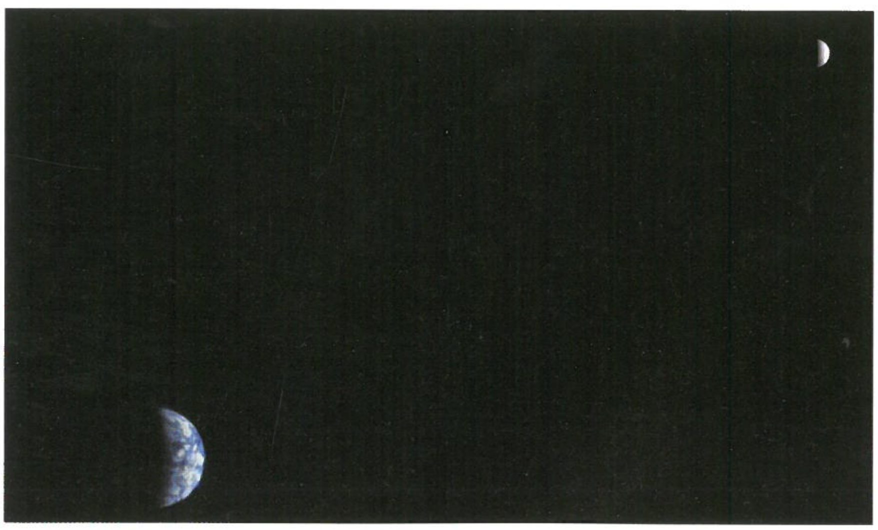
Fisika ikasten hasteko, garrantzitsua da gorputzik bakunenen higidura deskribatzea, higidura hori zerk eragin duen kontuan hartu gabe.

Puntu materiala deritzo neurririk ez duen baina masa duen objektuari. **Higikari** ere esaten zaio.

Hau da, gorputz baten masari eutsiz haren neurria txikituko bagenu geratuko litzatekeena.

Funtsezko partikulak alde batera utzita (horien neurria zehaztea oso zaila da), askotariko neurriak dituzten gorputzez inguratuta bizi gara: katuak, txoriak, futbol-baloiak, hegazkinak, planetak... Zergatik ikertzen ditugu neurririk ez duten baina masa duten partikulak? Hainbat arrazoi daude horretarako:

- **Errazagoa** delako. Garrantzitsua da gauza errazak ulertzen hastea, hori abiapuntutzat hartuta, aurrera egin ahal izateko.
- Batzuetan, objektu baten **gutxi gorabeherako deskribapena** egin daitekeelako, haren neurriari erreparatu gabe (▸ 8.3. irudia).
- Gorputz baten **masa-zentroa** (edo grabitate-zentroa) gorputzaren masa guztia puntu horretan kontzentratuta duen eta kanpo-indar baten eraginpean dagoen partikula baten gisara higitzen delako.



8.3. irudia. Guk pentsa dezakegu Lurra ez dela puntu bat. Baina, Marteko astronomoak bagina, hemendik hamarnaka mila kilometrora, 2007an NASAren MRO proiektuan hartutako irudi honetan bezala ikusiko genuke Lurrak eta Ilargiak osatzen duten bikotea. Astro bakoitza **puntu material** gisa har genezake.

2 Posizioa

Higikari baten higidura aztertu ahal izateko, ezinbestekoa da uneoro non dagoen jakitea. Hori adierazteko bi modu daude: **ibilbidean zeharreko posizioa adieraztea** (► 8.4. irudia) edo **koordenatu-sistema bat** erabiltzea.

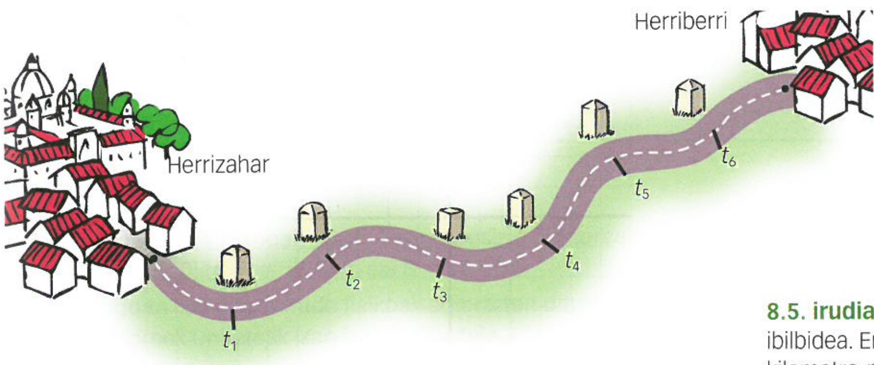
8.4. irudia. Ibilbideak ez du ez higiduraren abiaduraren ez igarotako denboraren inguruko informaziorik ematen; higikariaren posizio-aldaketaren berri ematen du soilik.

2.1. Posizioa ibilbidean zehar

Egiten ari den **ibilbidearen berri izanez gero**, objektu bat non dagoen jakin dezakegu (► 8.5. irudia).

Ibilbidea higikariak zeharkatzen dituen puntuen multzoa da.

Azter dezagun, adibidez, higikari batek bi herriren artean egindako ibilbidea.



8.5. irudia. Bi herrien arteko errepidea da egin dugun ibilbidea. Errepideetan erreferentzia gisa erabil ditzakegun kilometro-puntuak aurki ditzakegu.

Ibilbidean zeharreko posizioa adierazteko, s letra erabiltzen da. Ezinbestekoa da **jatorria, $s_0 = 0$**, zehaztea, handik hasiko baikara distantzia neurtzen. Jatorria arbitrarioa izaten da eta erosotasuna kontuan hartuta ezartzen da.

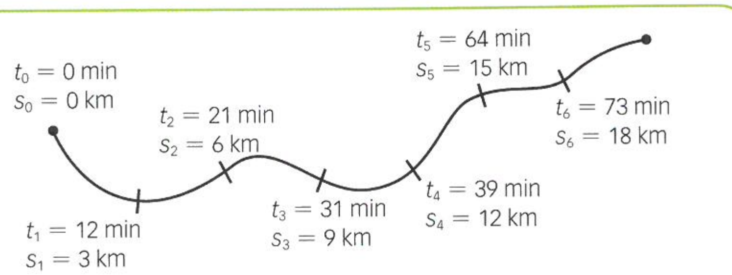
Ibilbidea zehazteko, higikariak ibilbideko hainbat unetan t_0, t_1, t_2, ... izandako posizioak s_0, s_1, s_2, ... erregistratzen dira. Hori ikusita, denbora adierazteko **jatorria $t_0 = 0$** behar dugu. Eskuarki, denbora higikaria higitzen hasten denetik hasten da kontatzen.

ADIBIDE EBATZIA

1 Grafikoak Herrizahar eta Herriberri herrien arteko bizikleta-txango bat irudikatzen du.

a) Zehaztu taula batean higikariaren posizioa adierazten duen $s(t)$ funtzioa, denbora ardatz hartuta.

b) Zer espazio egin du t_2-tik t_5-era?



a) Datuen erregistroa taula batean bil daiteke:

t (min)	0	12	21	31	39	64	73
s (km)	0	3	6	9	12	15	18

b) Ibilbideko une horietako posizioak hartu behar ditugu: $t_2 = 21$ min, $s_2 = 6$ km; $t_5 = 64$ min, $s_5 = 15$ km. Nahikoa da amaierako posizioaren eta hasierakoaren arteko kenketa egitea $s_5 - s_2 = 15\text{ km} - 6\text{ km} = 9$ km. Egindako distantzia adierazteko Δs erabiltzen da. Dagokigun kasuan: $\boldsymbol{\Delta s = 9}$ **km.**

8.6. irudia. GPS hargailu batek latitudeari eta longitudeari buruzko informazioa ematen du.
Kasu horretan **erreferentzia-sistema** meridianoek eta paraleloek osatzen dute.

2.2. Koordenatu bidezko posizioa, erreferentzia-sistema batean

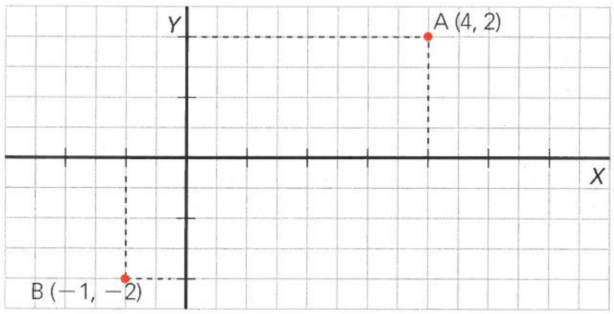
Puntu baten posizioa deskribatzeko beste modu bat mapetan eta GPS nabigatzaileetan erabiltzen dena da. Sistema hori **koordenatuak** aldez aurretik zehaztutako **erreferentzia-sistema** batean ematean datza; esate baterako, Lurraren gainean dagoen objektu baten longitudea, latitudea eta altuera (▸ 8.6. irudia).

Erreferentzia-sistemari edo koordenatu-sistemari esker, puntu baten posizioa zein den jakin dezakegu, aldez aurretik zehaztu dugun eta erreferentzia gisa darabilgun beste puntu batekiko posizioa, hain zuzen.

Erreferentzia-sistema guztiak dira baliozkoak, baina guztiak ez dira egokiak kasu guztietarako. Landuko ditugun fenomeno fisikoak sistema sinpleak erabiliz deskribatzen dira, hala nola **koordenatu kartesiarren sistema.**

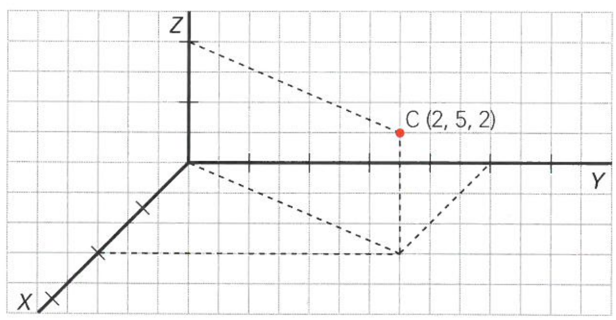
Koordenatu kartesiarrak landuko ditugu *XY* planoan (▸ 8.7. irudia) edo *XYZ* espazioan (▸ 8.8. irudia).

Posizioa plano batean adierazteko, bi koordenatu baino ez ditugu behar. Ikus dezagun adibide bat:



8.7. irudia. Planoko A eta B puntuen posizioa.

Posizioa espazioan adierazteko, nahikoa da hirugarren ardatz bat gehitzea (*Z* ardatza), aurrekoaren zuta dena. Eskuarki, *XY* planoak posizioa adierazten du plano horizontalean, eta *Z* ardatzak bertikala adierazten du. Horrela, puntu bakoitzak hiru koordenatu ditu: (x, y, z). Problemaren arabera, ardatzak 7.8. irudian bezala edo *Z* ardatz bertikalaren inguruan biraka adieraz daitezke.



8.8. irudia. C puntuaren posizioa espazioan.

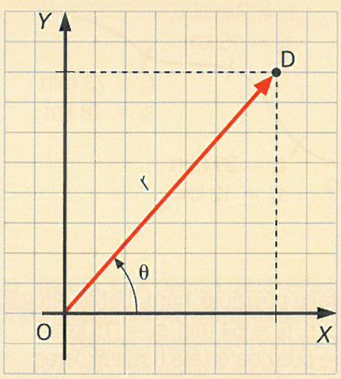
Eskuarki planoan lan egingo dugu, sinpleagoa baita. Hala ere, benetako kasu askotan, higidura ez da laua izaten, hiru dimentsiokoa baizik.

BA OTE DAKIZU?

Koordenatu polarrak

Higidura zirkularra edo planeten higidura ikasten hasten garenean, ikusiko dugu koordenatu kartesiarrak ez direla higidura mota horietarako egokienak.

Puntu baten inguruan biraka ari den beste puntu bat lokalizatzeko, askoz ere intuitiboagoa da sistemaren jatorriarekiko distantzia eta orbitan zehar duen posizioa adierazteko angelu bat adieraztea. Bi zenbaki horiek (r, θ) koordenatu polarrak dira.



8.9. irudia. D puntuaren posizioa koordenatu polarretan. O: koordenatuen jatorria.

JARDUERA

4. Idatzi ipar-mendebalderako noranzkoan jatorritik 1.000 metrora dagoen puntu baten koordenatu kartesiarrak.
Emaitza: (−707, 707) m

2.3. Posizio-bektorea

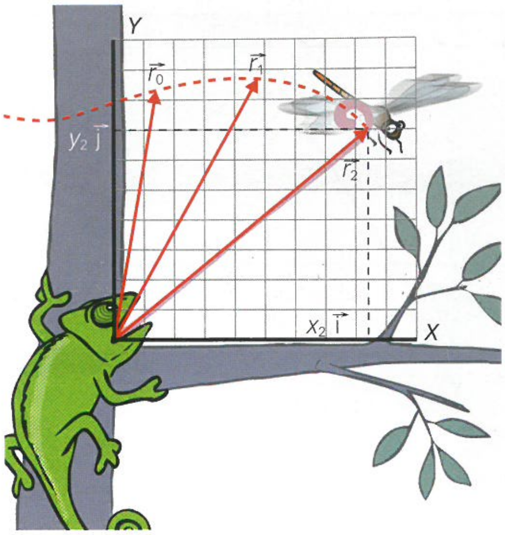
Erreferentzia-sistema batean higidura deskribatzeko, bada modu soilago eta erabilerrazago bat: bektoreak erabiltzea.

> t unearen **posizio-bektorea, $\vec{r}\,(t)$**, gezi baten bidez adierazten da. Gezi hori koordenatuen jatorritik, **O,** higikariaren posiziora, **P,** doa.

Planoan adierazitako koordenatu kartesiarretan, $\vec{r} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$ bektorearen bi osagaiak bat datoz puntuaren koordenatu kartesiarrekin.

Erreparatu marrazkiari (▸ 8.10. irudia). Segidako posizio-bektoreek gure higikariaren (sorgin-orratzaren) **ibilbidea** adierazten dute. Ibilbide hori $\vec{r}\,(t)$ funtzioarekin laburbil dezakegu. Ibilbidearen puntu bakoitzean $\vec{r}\,(t) = x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j}$.

> **Posizio-bektoreak, $\vec{r}\,(t)$**, higikariak denboran zehar izandako posizioak adierazten ditu (▸ 8.10. irudia).



8.10. irudia. Ibilbide baten baitako segidako **posizio-bektoreak.**

ADIBIDE EBATZIA

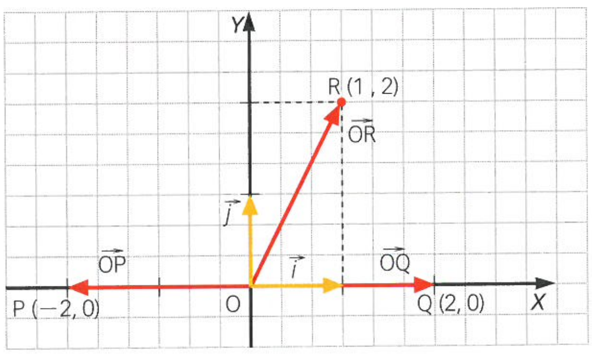
2 Marraztu XY planoan puntu hauen posizio-bektoreak: P = (−2, 0) m, Q = (2, 0) m eta R = (1, 2) m.

Gogoan izan magnitude fisikoak adierazten dituzten bektoreek unitateak izan behar dituztela.

a) Adierazi unitate-bektoreen arabera.

b) Kalkulatu moduluak eta esan zein den kantitate horren esanahi fisikoa.

Hasteko, marraztu bektoreak:



a) Unitate-bektoreen nornazkoa ardatzaren negatiboa denean, − zeinua jartzen zaie aurretik:

- $\vec{OP} = -2\,\vec{i}$ m
- $\vec{OQ} = 2\,\vec{i}$ m
- $\vec{OR} = \vec{i} + 2\,\vec{j}$ m

b) Bektorearen osagaiak elkarzutak direnez, modulua kalkulatzeko Pitagorasen teorema erabil dezakezu. Osagaiak abiapuntutzat hartuta, modulua erraz kalkulatzen da:

- $|\vec{OP}| = \sqrt{(-2)^2 + 0^2} = \mathbf{2\ m}$
- $|\vec{OQ}| = \sqrt{2^2 + 0^2} = \mathbf{2\ m}$
- $|\vec{OR}| = \sqrt{(1)^2 + 2^2} = \mathbf{\sqrt{5}\ m}$

Moduluek **segmentuen luzera** adierazten dute. Hau da, jatorrira dagoen distantzia.

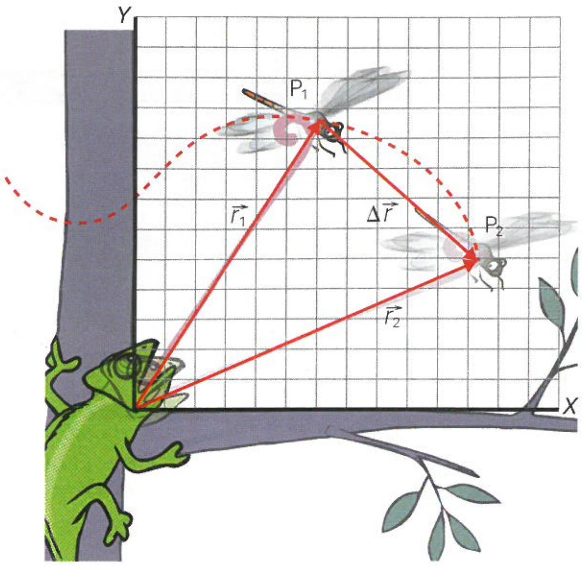
JARDUERAK

5. Ibilbide batean (−3, 2, 6) puntua $\vec{r_1}$ bektoreak adierazten du (6, −2, 3) puntua $\vec{r_2}$ bektoreak. Distantziak metrotan adieraziz gero, zein izango lirateke $\vec{r_2} - \vec{r_1}$ bektorearen koordenatuak?

Emaitza: $9\,\vec{i} - 4\,\vec{j} - 3\,\vec{k}$ m

6. Pilota bat P_1, $\vec{r_1} = 2\,\vec{i} - 4\,\vec{j}$ m puntutik P_2, $\vec{r_2} = -\vec{i} + 3\,\vec{j}$ m puntura doa. Kalkulatu P_1 eta P_2 puntuen arteko distantzia metrotan. Zein dira $\vec{r_2} - \vec{r_1}$ bektorearen osagaiak?

Emaitza: 7,62 m; $-3\,\vec{i} + 7\,\vec{j}$ m



8.11. irudia. $|\Delta\vec{r}|$ bektorearen modulua P_1 eta P_2 puntuen arteko distantzia da. $\vec{r}_1$ hasierako posizioa adierazten duen bektorea da eta $\vec{r}_2$, berriz, amaierako posizioa adierazten duena.

2.4. Desplazamendu-bektorea

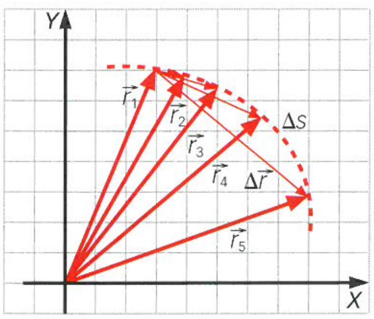
Eguneroko hizkuntzan, desplazamendua batetik bestera egindako bidea dela esaten dugu. Baina fisikan ez da beti hori izaten.

$\vec{r}_1$ eta $\vec{r}_2$ posizio-bektoreak dituzten P_1 eta P_2 puntuen arteko **desplazamendu-bektorea** bi bektore horien arteko aldea da. Beraz:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$ (► 8.11. irudia)

Bi punturen arteko desplazamendua, $|\Delta\vec{r}|$, ibilbidea zuzena denean eta noranzkoa aldatu gabe egiten denean soilik etortzen da bat batetik bestera egindako bidearekin.

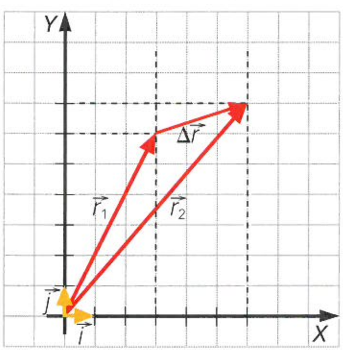
Ibilbide itxien kasuan, argi ikus dezakegu desplazamendu moduluaren, $|\Delta\vec{r}|$, eta egindako bidearen, Δs, arteko desberdintasuna. Kasu horretan higikaria jatorrizko puntura itzultzen da, eta ondorioz, desplazamendua nulua da ($\Delta\vec{r} = 0$, y $|\Delta\vec{r}| = 0$), hasierako zein amaierako posizioak berdinak baitira. Egindako bidearen balioa, Δs, ordea, ez da nulua.



8.12. irudia. Denbora-tartea oso txikia denean, hurbilketa hau egin dezakegu: $|\Delta\vec{r}| \approx \Delta s$.

8.12. irudian ikus daitekeen bezala, elkarrekiko hurbil dauden puntuei dagokienez, desplazamenduaren eta egindako bidearen arteko aldea oso txikia da. Horrek esan nahi du, denbora-tarte oso txikietarako $|\Delta\vec{r}| \approx \Delta s$ betetzen dela. Zenbat eta txikiagoa izan denbora-tartea, gero eta zehatzagoa da hurbilketa.

Ibilbide batean noranzko aldaketak daudenean ere, zorrotz jokatu behar dugu; esate baterako, nire etxetik irten eta bide beretik itzultzen banaiz, 500 m inguru egingo ditut, baina jatorriko posizio-bektorea eta helmuga puntu bera dira: nire etxea. Beraz, $|\Delta\vec{r}| = 0$.



8.13. irudia. Ebatzitako 3. adibidea

ADIBIDE EBATZIA

3 **t_1 eta t_2 uneetan, higikari baten posizio-bektoreak $\vec{r}_1 = (3, 6)$ m eta $\vec{r}_2 = (6, 7)$ m dira, hurrenez hurren. Kalkulatu desplazamendu-bektorea** (► 8.12. irudia).

$\Delta\vec{r}$ bektorea bi bektoreen arteko kenketa eginda kalkulatzen da:

$$\vec{r}_1 = 3\,\vec{i} + 6\,\vec{j}\,;\ \vec{r}_2 = 6\,\vec{i} + 7\,\vec{j}$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 = (6\,\vec{i} + 7\,\vec{j}) - (3\,\vec{i} + 6\,\vec{j})$$

$$\Delta\vec{r} = (6 - 3)\,\vec{i} + (7 - 6)\,\vec{j} = 3\,\vec{i} + \vec{j}$$

Ohar zaitez, ezkerreko irudian (► 8.13. irudia) $\Delta\vec{r}$ bektoreak $3\,\vec{i}$ osagaiak X ardatzean dituela eta $\vec{j}$ osagaia Y ardatzean, baina $\vec{r}_2$ eta $\vec{r}_1$ bektoreen arteko alde gisa adierazten dela.

$$\boldsymbol{\Delta\vec{r} = 3\,\vec{i} + \vec{j}\ \mathrm{m}}$$

Hau da haren modulua: $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{3^2 + 1^2}\ \mathrm{m} = \sqrt{10}\ \mathrm{m}$

JARDUERAK

7. Hauek dira higikari batek t_1 eta t_2 uneetan dituen posizio-bektoreak:

$$\vec{r}_1 = 6\,\vec{i} - 4\,\vec{j} \text{ eta } \vec{r}_2 = 6\,\vec{j}$$

Kalkulatu desplazamendu-bektorea: $\Delta\vec{r}$.

Emaitza: $-6\,\vec{i} + 10\,\vec{j}$ m

8. Hau da pilota batek denboran zehar duen posizio-bektorea:

$$\vec{r}(t) = 3 \cdot t\,\vec{i} + \vec{j} + 2 \cdot t^2\,\vec{k}\ \mathrm{m}$$

Kalkulatu $t_1 = 2$ s eta $t_2 = 5$ s uneen arteko desplazamendu-bektorea: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.

Emaitza: $9\,\vec{i} + 42\,\vec{k}$ m