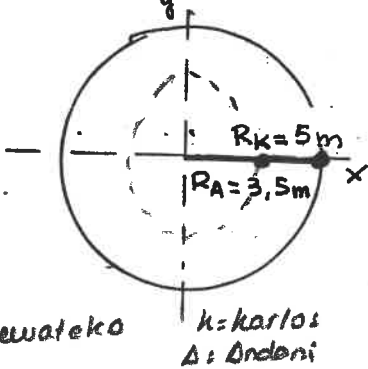


## HZRU: ariketak

1.- Bi lagun zaldiko-maldikora igo dira. Karlos erdigunetik 5 m-ra dagoen elefantearen gainean eseri da eta Andonik erdigunetik 3,5 m-ra dagoen suhiltzaile-autoa aukeratu du. Biek behar izan dituzte 4 min 10 bira betetzeko.

- Abiadura lineal berberaz higitu dira? Eta angeluarra? Arrazoitu
- Kalkulatu bi lagunen abiadura linealak eta angeluarrak
- Higiduraren maiztasuna eta periodoa
- Bakoitzaren azelerazio zentripetua.



- 10 bira beteateko
- 4 min
- $R_K \neq R_A \rightarrow V_K \neq V_A$
- $\omega_K = \omega_A$  berdina

a) Zaldiko-maldikoa HZRUz biratzen dabilenean, erradio bereko puntu guztiek abiadura angeluar berbera dute, angelu berberak egiten baitituzte denbora tarte berean. Bena den, puntua zentrotik zenbat eta urrunago egon, hain bat eta handiagoa da egiten duen bidea, eta, ondorioz, hainbat eta handiagoa da abiadura lineala.

$$b) \boxed{\omega} = \frac{10 \text{ bira}}{4 \text{ min}} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ bira}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \boxed{0,26 \text{ rad/s}} = \boxed{0,083\pi \text{ rad/s}}$$

Abiadura linealaren eta angeluarren arteko erlazioa:

$$\boxed{v = \omega \cdot R}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow v_{\text{karlos}} &: 0,26 \cdot 5 = \boxed{1,3 \text{ m/s}} \\ \rightarrow v_{\text{Andoni}} &: 0,26 \cdot 3,5 = \boxed{0,91 \text{ m/s}} \end{aligned}$$

c) Maiztasuna eta periodoa abiadura angeluarrekin erlacionaturik daude:

$$\boxed{T} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0,083\pi} = \boxed{24 \text{ s}}$$

$$\boxed{f} = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \boxed{0,042 \text{ s}^{-1}} = \boxed{0,042 \text{ Hz}}$$

$\omega = \frac{\Delta\theta}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$   
 bira oso bat egiteko erabiltzen den denbora.

d) Azelerazio normalaren modulua kalkulatzeko:

$$\boxed{a_n} = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \boxed{\omega^2 \cdot R}$$

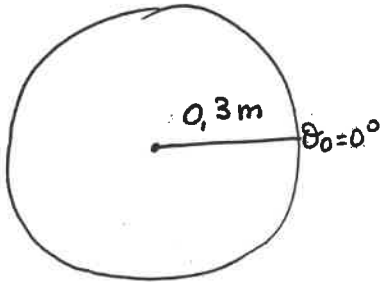
$$\boxed{a_{n \text{ karlos}}} = (0,26)^2 \cdot 5 = \boxed{0,338 \text{ m/s}^2}$$

$$\boxed{a_{n \text{ Andoni}}} = (0,26)^2 \cdot 3,5 = \boxed{0,237 \text{ m/s}^2}$$

2.- Bizikleta baten gurpilak 30 cm-ko erradioa du eta uniformeki biratzen ari da, minutu bakoitzean 25 bira emanaz. Kalkulatu:

- Abiadura angeluarra, rad/s-tan
- Gurpilaren kanpoaldeko puntu baten abiadura lineala
- Egindako espazio lineala, 5 s-tan.

HZRU  
• 25 bira/min



$$a) \boxed{\omega} = 25 \frac{\text{bira}}{\text{min}} \times \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ bira}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = \boxed{\frac{5}{6} \pi \text{ rad/s}}$$

b) Abiadura linealaren eta abiadura angeluarren arteko erlazioa hau da:

$$v = \omega \cdot R$$

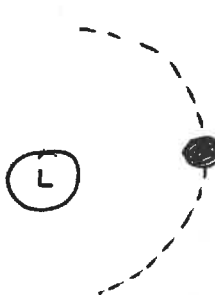
$$\boxed{v} = \frac{5}{6} \cdot \pi \cdot 0,3 = \boxed{0,7854 \text{ m/s}}$$

c) Egindako espazio angeluarra HZRU  $\theta = \theta_0 + \omega t$

$$\boxed{\theta} = \theta_0 + \omega \cdot t = \frac{5 \cdot \pi}{6} \cdot 5 = \boxed{\frac{25}{6} \pi \text{ rad}}$$

Espazio lineala :  $\boxed{s = \theta \cdot R} = \frac{25}{6} \pi \cdot 0,3 = \boxed{3,93 \text{ m}}$

3.-Satelite batek higidura zirkular uniforme deskribatzen du Lurraren inguruan. Bere abiadura angeluarra 0.4 bira/h-koa bada, kalkulatu zenbat bira egiten dituen egun batean.

$$\omega = 0,4 \frac{\text{bira}}{\text{h}} \cdot \frac{24 \text{h}}{1 \text{egun}} = 9,6 \text{ bira/egun}$$


$\omega$  (bira/egun)

4.- Kalkulatu ordulariaren ordu-orratzaren eta minutu-orratzaren abiadura angeluarra. (rad/s)

- Erlojiaren ordu-orratzak 12 ordu erabiltzen ditu bira bat egiteko, hau da,  $2\pi$  rad ibiltzeko

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{12\text{h}} = \frac{\pi}{6} \text{ rad/h}$$

$$\frac{\pi}{6} \frac{\text{rad}}{\text{h}} \cdot \frac{1\text{ ordu}}{3600\text{s}} = 1,45 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$$

- minutu-orratzak 60 min erabiltzen ditu bira osoa egiteko, hau da,  $2\pi$  rad ibiltzeko

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{60\text{min}} = \frac{\pi}{30} \text{ rad/min}$$

$$\omega = \frac{\pi}{30} \frac{\text{rad}}{\text{min}} \cdot \frac{1\text{ min}}{60\text{s}} = 1,74 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$$

5.- Garbigailu baten danborra 1,57 rad/s-tan biratzen da. Zer periodo eta maiztasun dauzka?

$$\omega = 1,57 \text{ rad/s}$$

Periodoa bira bat emateko behar duen denbora da, hau da,  $2\pi$  rad biratzeko

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1,57 \text{ rad/s}} = 4 \text{ s}$$

Maiztasunak segundo batean ematen duen bira-kopuru adierazten du eta periodoaren alderantzikoa da.

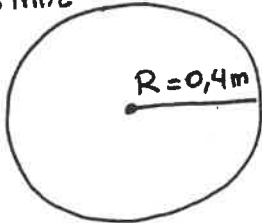
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ s}^{-1} = 0,25 \text{ Hz}$$

6.-Txirrindulari batek 5.4 km ibili ditu 15 minututan, abiadura konstantea izanik. Bere bizikletaren gurpilen erradioa 40 cm bada, kalkulatu:

- Gurpilen abiadura angeluarra
- Zenbat bira egiten dituzten gurpilek tarte horretan
- Denbora-tarte horretan gurpilek biraturiko angelua

$$s = 5.4 \text{ km} \quad v = \text{hta}$$

$$t = 15 \text{ min}$$



a) Hasteko gurpiraren kanpoko abiadura lineala kalkulatuko dugu.

$$\Delta s = 5.4 \text{ km} = 5400 \text{ m}$$

$$\Delta t = 15 \text{ min} = 900 \text{ s}$$

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{5400}{900} = 6 \text{ m/s}$$

Abiadura lineala eta abiadura angeluarra erlazionaturik daude:  $v = \omega \cdot R$

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{6}{0.4} = 15 \text{ rad/s}$$

c) Denbora-tarte horretan gurpilek biraturiko angelua kalkulatzeko HZRU dela izango dugu kontuan

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t = 0 + 15 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 900 \text{ s} = 13.500 \text{ rad}$$

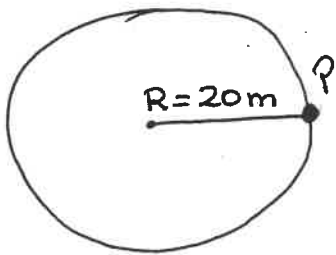
b) Emandako bira-kopurua jakiteko unitateen aldaketa egingo dugu

$$13.500 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ bira}}{2\pi \text{ rad}} = 2148,59 \text{ bira}$$

7.- 40 m-ko diametroa duen noria bat 0.125 rad/s-ko abiadura angeluar konstanteaz biratzen ari da. Kalkulatu:

- Kanpoko puntu batek 1 min-tan ibilitako distantzia
- Noria denbora tarte horretan egiten dituen bira kopurua
- Higiduraren maiztasuna eta periodoa
- Higiduraren azelerazio zentripetua.

$$R = d/2 = 20 \text{ m}$$



$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

a) Biratutako angelua kalkulatuko dugu. HZRU denbez, honako ekuazio hau erabiliko dugu:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t = 0,125 \text{ rad/s} \cdot 60 \text{ s} = 7,5 \text{ rad}$$

Ibilitako distantziaren eta biratutako angeluaren arteko erlazioa zera da:

$$s = \theta \cdot R = 7,5 \cdot 20 = 150 \text{ m}$$

b) Denbora tarte horretan 7,5 rad egiten ditu, Kopuru hori birara aldatuko dugu

$$7,5 \text{ rad} \cdot \frac{1 \text{ bira}}{2\pi \text{ rad}} = 1,19 \text{ bira}$$

c) Periodoa bira bat emateko behar duen denbora da

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0,125} = 50,27 \text{ s}$$

Maiztasuna periodoaren alderantzizkoa da

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{50,27} = 0,02 \text{ s}^{-1} = 0,02 \text{ Hz}$$

d) Higiduraren azelerazio zentripetua

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R = (0,125)^2 \cdot 20 = 0,3125 \text{ m/s}^2$$

8.- Hemen duzue traktore bat bere erremolkearekin. Traktorearen aurreko gurpilaren diametroa 96 cm-koa da eta atzekoarena aldiz 172 cm-koa. Erremolkearen gurpilaren diametroa aldiz 78 cm-koa da. Aurreko gurpilak 36 bira eman baditu, kalkula ezazu:

- Traktoreak ibilitako distantzia
- Traktorearen abiadura (m/s eta km/h-tan).
- Gurpil bakoitzaren abiadura angeluarra (bira minutuko eta rad/s)
- Gurpil bakoitzak eman duen bira kopurua

↓ 17 segundatan

Δ aurreko gurpila → 36 bira / 17 s

$$R = 0,96 \text{ m}$$

Δ atzekoa

$$R = 1,72 \text{ m}$$

Δ erremolke

$$R = 0,78 \text{ m}$$

a) Gurpil guztiak abiadura lineal berdina eramanago dute eta angeluar desberdina eradioak desberdinak direlako.

$$\text{Aurreko gurpila: } \omega = \frac{36 \text{ bira}}{17 \text{ s}} \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ bira}} = 13,31 \text{ rad/s}$$

Traktoreak ibilitako distantzia:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t = 13,31 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 17 \text{ s} = 226,57 \text{ rad}$$

$$s = \theta \cdot R = 226,57 \cdot \frac{0,96}{2} = 108,61 \text{ m} \rightarrow \text{gurpila guztiak berdina.}$$

b) Abiadura lineala:  $v = \omega \cdot R = 13,31 \cdot \frac{0,96}{2} = 6,4 \text{ m/s}$

$$6,4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{10^3 \text{ m}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 23 \text{ km/h} \rightarrow \text{gurpila bakoitzak bi daude lerro.}$$

c) Aurreko gurpila:  $\omega = 13,31 \text{ rad/s}$

Atzeko gurpila:  $v = \omega \cdot R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{6,4}{1,72/2} = 7,44 \text{ rad/s}$

Erremolkearen gurpila:  $v = \omega \cdot R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{6,4}{0,78/2} = 16,41 \text{ rad/s}$

d) Aurreko gurpila: 36 bira

Atzeko gurpila:  $s = \theta \cdot R \Rightarrow \theta = \frac{s}{R} = \frac{108,61}{1,72/2} = 126,3 \text{ rad} = 20 \text{ bira}$

Erremolkearen gurpila:  $s = \theta \cdot R \Rightarrow \theta = \frac{s}{R} = \frac{108,61}{0,78/2} = 278,49 \text{ rad} = 44,3 \text{ bira}$

→ gurpil guztiak:  $s, v$  berdizale.  $\Rightarrow \theta$  desberdinala,  $\omega$  desberdizale.