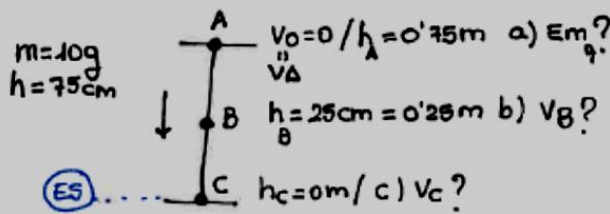


1.- 10 g-ko lapitz bat lurrera erori da 75cm-ko altueratik. Kalkulatu:

- a) Hasierako aldiunean izan duen energia mekanikoa.
- b) Lurretik 25cm-ra zegoenean izan duen abiadura.
- c) Lurrera iristean izan duen abiadura.



1.- unitateak egoki behar ditugu eta S.I.-en jami behar ditugu (metro/kilogramo/segundu)

- $m = 10g \cdot \frac{1kg}{10^3g} = 10 \cdot 10^{-3} kg = 10^{-2} = 0.01 kg$
- $h = 75 cm \cdot \frac{1m}{10^2 cm} = 75 \cdot 10^{-2} m = 0.75 m$
- $h = 25 cm = 0.25 m$

Energia mekanikoaren definizioa:

a) $E_{m_A} = E_{z_A} + E_{p_A} = mgh_A = 0.01 kg \cdot 9.8 m/s^2 \cdot 0.75 m = \boxed{0.07 J}$

A puntuan dagoen energia potentziala eta zinetikoa.

$E_{z_A} = \frac{1}{2} m v_A^2 = 0$
 $v_A = 0$ delako

Energia mekanikoa hasierako puntuan (A)

b) v_B kalkulatzeko kontuan hartuko dugu energia mekanikoa kontserbatzen dela higidura osoan mamuskadurarik ez dagoelako.

$E_{m_A} = E_{m_B} = 0.07 J$ • B puntuan energia zinetikoa eta potentziala kontuan hartu behar ditugu.

$E_{m_B} = \underbrace{\frac{1}{2} m v_B^2}_{E_{z_B}} + \underbrace{mgh_B}_{E_{p_B}} \Rightarrow 0.07 = \frac{1}{2} \cdot 0.01 \cdot v_B^2 + 0.0245$
 $E_{p_B} = mgh_B = 0.01 kg \cdot 9.8 m/s^2 \cdot 0.25 m = 0.0245 J$

$0.07 - 0.0245 = 5 \cdot 10^{-3} v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{0.0455}{5 \cdot 10^{-3}}} = \boxed{3.02 m/s}$

Higiduraren abiadura B puntutik pasatzean 3.02 m/s-koa da.

c) $v_C \rightarrow E_{m_A} = E_{m_B} = E_{m_C} = 0.07 J$

$E_{m_C} = E_{z_C} + E_{p_C} = \frac{1}{2} m v_C^2$
 \hookrightarrow luzeruan $h_B = 0$ ES-an dagoelako.

$v_C = \sqrt{\frac{2E_{m_C}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.07}{0.01}} = \boxed{3.74 m/s}$ Abiadura luzerura iristean (c)

• Ikusten denez jaistean abiadura handitzen da eta ondorioz energia zinetikoa ere bai. Energia potentziala, berriz; txikiagoa da altuera ere gero eta txikiagoa delako. Energia mekanikoa kontserbatzen denez energia potentziala murrizketan da energia zinetikoaren handipena.

2.-5 Kg-ko gorputz bat erori egin da, horizontalarekiko 30° -ko maldan duen eta 6m-ko luzera duen plano inklinatu baten gorenko puntutik. Marruskadura kontuan hartu gabe, kalkulatu:

- Hasierako aldiunean gorputzak izan duen energia mekanikoa.
- Plano inklinatuaren erdiko puntuan gorputzak izan duen abiadura.
- Lurrera iristean gorputzak izan duen abiadura.

$V_C?$
 $h_C=0m$
 $m=5kg$
 $h=0m$ (ES)

$a) E_{m_A} = E_{z_A} + E_{p_A} = m \cdot g \cdot h_A = 5kg \cdot 9.8 \frac{m}{s^2} \cdot 3m = 147J$ Energia mekanikoa hasierako puntuan.
 kalkulu behar dugu trigonometriarekin erabiliz

$\sin 30^\circ = \frac{h_A}{6m} \Rightarrow h_A = 6m \cdot \sin 30^\circ = 3m$ Luzeratik A-punturainoko distantzia = altuera.

b) Marruskadurarik ez dagoenez energia mekanikoa kontserbatu egingo da: $E_{m_A} = E_{m_B} = E_{m_C} = 147J$
 Erdiko puntuaren altuera kalkulatu dezakegu trigonometriarekin, ondorioz energia potentziala ere bai.

$E_{p_B} = m \cdot g \cdot h_B = 5kg \cdot 9.8 \frac{m}{s^2} \cdot 1.5m = 73.5J$
 $\sin 30^\circ = \frac{h_B}{3m} \Rightarrow h_B = 3m \cdot \sin 30^\circ = 1.5m$
 $3m \rightarrow$ erdiko puntuan dagoelako.

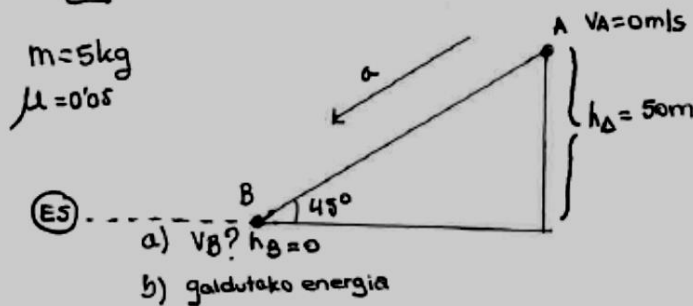
$E_{m_B} = E_{z_B} + E_{p_B} \Rightarrow E_{z_B} = E_{m_B} - E_{p_B} = 147J - 73.5J = 73.5J$
 $\frac{1}{2} m v_B^2 = 73.5 \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2 \cdot 73.5}{5}} = 5.4 \frac{m}{s}$
 Higitariaren abiadura plano inklinatuaren erdiko puntuan.

c) Lurrera iristean ES-an gaudenez $h_C=0m$, beraz $E_p=0$ eta E_m kontserbatzen denez $E_{m_C} = 147J$:
 $E_{m_C} = E_{z_C} + E_{p_C}^0 \Rightarrow 147J = \frac{1}{2} m v_C^2 \Rightarrow v_C = \sqrt{\frac{2 \cdot 147}{5}} = 7.7 \frac{m}{s}$
 Higitariaren abiadura lurrera iristean.

Abiadura handitzen joaten denez energia zinetikoa ere bai eta, energia kontserbatzen denez galtzen dena energia potentzialean irabazten da energia zinetikoan.

3.- 5kg-ko masa duen gorputz bat erortzen utzi da 45° -ko malda duen plani inklinatu batean behera, 50m-ko altueratik hasita. Gorputzaren eta planoaren arteko marruskadura-koefizientea 0,05 izanik, kalkula itzazu:

- Gorputzaren abiadura planoaren bukaerara iristean.
- Marruskaduraren kausaz galduriko energia.



Marruskadura dagoenez ($\mu=0.05$ ematen digutelako) energia mekanikoa ez da kontserbatzen, zati bat, bero moduan galtzen delako marruskadura rengatik:

$$W_{F_m} = \Delta E_{m_{A-B}} = E_{m_B} - E_{m_A}$$

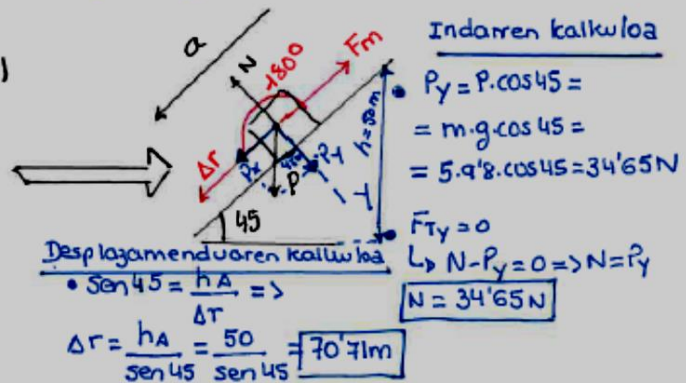
$$b) \bullet W_{F_m} = F_m \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha$$

$$W_{F_m} = \mu \cdot N \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ =$$

$$= 0.05 \cdot 34.65 \cdot 70.71 \cdot (-1) =$$

$$= \boxed{-122.5 \text{ J}}$$

galdutako energiak bat egiten du marruskaduraren egindako lanarekin.



$$\bullet E_{m_A} = E_{k_A} + E_{p_A} = m \cdot g \cdot h_A = 5 \cdot 9.8 \cdot 50 = \boxed{2450 \text{ J}}$$

A puntuaren energia mekanikoa.

$$\bullet E_{m_B} = E_{k_B} + E_{p_B} = \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 v_B^2 = 2.5 v_B^2$$

($h_B=0$)

a) Termino guzti hauek elwazioan ordezkatu:

$$W_{F_m} = E_{m_B} - E_{m_A}$$

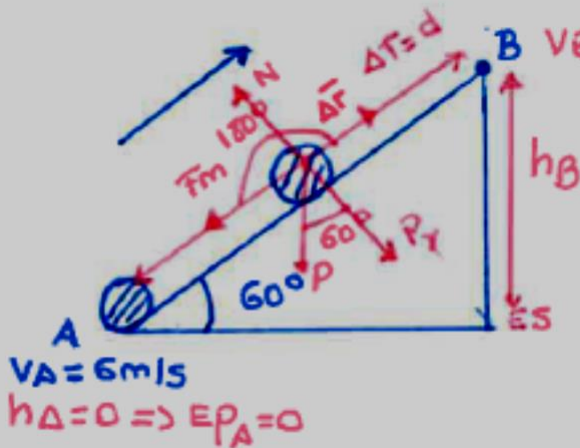
$$-122.5 = 2.5 v_B^2 - 2450 \Rightarrow 2450 - 122.5 = 2.5 v_B^2$$

$$\boxed{v_B} = \sqrt{\frac{2450 - 122.5}{2.5}} = \boxed{30.51 \text{ m/s}}$$

Higikariaren abiadura B puntuaren.

4. -2Kg-ko gorputz bat horizontalarekiko 60° -ko malda duen plano inklinatu batean gora igo da, hasierako abiadura 6m/s -koa izan delarik. Marruskadura-koefizientea $0,2$ izanik, kalkula itzazu:

- Gelditu arte egingo duen bidea.
- Marruskaduraren kausaz galdutako energia



$v_B = 0 \Rightarrow E_{z_B} = 0$
 $m = 2\text{kg}$
 $\mu = 0,2$

$$F_m = \mu \cdot N = \mu \cdot P_y = \mu \cdot mg \cdot \cos 60 = 0,2 \cdot 2\text{kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos 60 = 1,96\text{N}$$

a) Egindako distantziak bat egiten du desplazamenduaren moduloarekin:

$$\sin 60 = \frac{h_B}{\Delta r} \Rightarrow \Delta r = \frac{h_B}{\sin 60}$$

• Hemendik erlazio bat Δr eta h_B -ren artean $\Rightarrow h_B = \Delta r \cdot \sin 60$

• Energia mekanikoaren aldaketak bat egiten du marruskadurak eginiko lanarekin, hori aprobetxatuz Δr kalkulatuko dugu:

$$W_{F_m} = E_{m_{A-B}} = E_{m_B} - E_{m_A} = (E_{z_B} + E_{p_B}) - (E_{z_A} + E_{p_A})$$

$F_m \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ$ 0 $m \cdot g \cdot h_B$ $\frac{1}{2} m v_A^2$ 0

$$-1,96 \cdot \Delta r = 2 \cdot 9,8 \cdot h_B - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6^2 \Rightarrow -1,96 \cdot \Delta r = \frac{2 \cdot 9,8 \cdot \sin 60 \cdot \Delta r}{16,97} - 36$$

$h_B = \Delta r \cdot \sin 60$

$$36 = 1,96 \Delta r + 16,97 \Delta r \Rightarrow 36 = 18,93 \cdot \Delta r \Rightarrow \Delta r = \frac{36}{18,93} = 1,9\text{m}$$

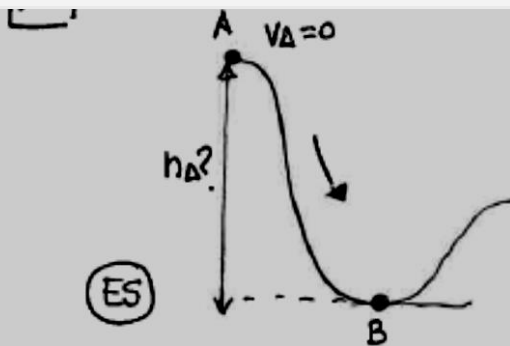
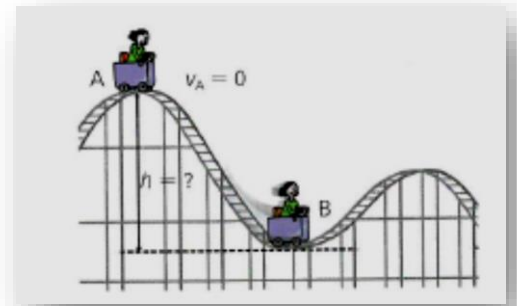
• Egindako bidea

b) $W_{F_m} = \Delta E_{m_{A-B}} = 3,72\text{J}$ Marruskaduraren kausaz galdutako energia mekanikoa, bereratan.

$$F_m \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = -1,96\text{N} \cdot 1,9\text{m} = 3,72\text{J}$$

5.- Hurrengo marrazkia kontuan hartuta, erantzun:

- Zer altuerara igo behar da orgatxoa, puntu baxuetatik pasatzean abiadura 20m/s-koa izan dadin?
- Eta orgatxoaren masa bikoizten bada?



$$v_B = 20 \text{ m/s}$$

$$h_B = 0 \text{ m (ES-an dago)}$$

a) $F_m = 0$ deneg E_m -a kontserbatzen da: $E_{m_A} = E_{m_B}$

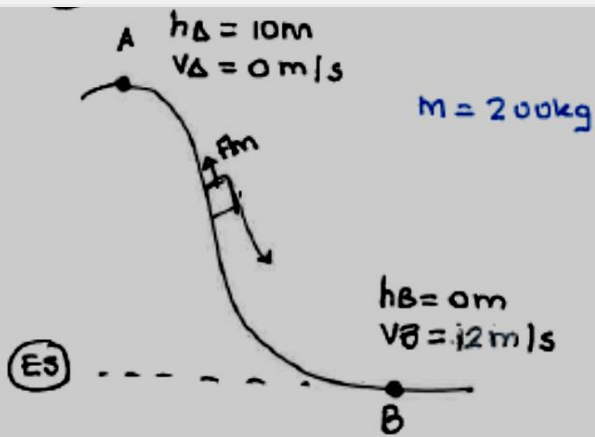
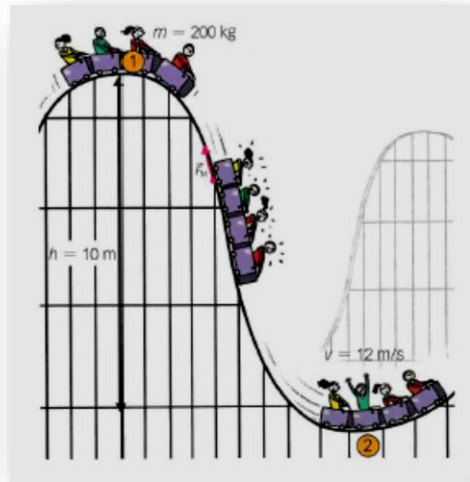
$$E_{z_A} + E_{p_A} = E_{z_B} + E_{p_B} \Rightarrow m \cdot g \cdot h_A = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$\boxed{h_A} = \frac{v_B^2}{2 \cdot g} = \frac{(20 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 9.8 \text{ m/s}^2} = \boxed{20.41 \text{ m}}$$

Higikaria altuera honetatik abiatu behar da B-puntutik pasatzean 20 m/s-ko abiadura eduki izateko.

b) $m = 2m_0$ ikusi dugunez masa sinplifikatzen da ekuazioetik, beraz, altuera ez dago higikariaren masaren menpe, ondorioz, altuera berdina izango da, 20.41 m.

6.- Irudiko datuekin, kalkulatu marruskadurak kontsumitutako energia.



Marruskadura dagoenez, E_m -a ez da kontserbatzen zati bat, ero eran galtzen delako.

$W_{Fm} = \Delta E_{m_{A-B}} \rightarrow$ galduetako energiak bat egiten du marruskadura-eraren eragindako lanarekin.

$$\Delta E_{m_{A-B}} = E_{m_B} - E_{m_A} = 14400\text{J} - 19600\text{J} = -5200\text{J} = W_{Fm}$$

galduetako energia marruskadura-erengatik.

$$\rightarrow E_{m_B} = E_{z_B} + E_{p_B} = \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{200 \cdot 12^2}{2} = 14400\text{J}$$

$$\rightarrow E_{m_A} = E_{p_A} + E_{z_A} = m \cdot g \cdot h_A = 200 \cdot 9.8 \cdot 10 = 19.600\text{J}$$